

Chapter 3

A Mecânica Quântica

- Deus não joga dados.
- Não é nosso problema explicar a Deus como ele deve governar o mundo.

Em Bruxelas Einstein traria toda manhã para a mesa do café uma nova objeção à incerteza. Durante a noite, Bohr, Heisenberg e outros juntavam-se para desmontar seus argumentos. Incerteza violava suas convicções mais profundas sobre a harmonia fundamental do Universo. (**Heisenberg's War**, Thomas Powers, Knopf 1993)

3.1 Havia uma Pedra no Caminho

O problema da velocidade da luz no éter não era o único a contradizer os resultados clássicos. Havia um outro que provocaria uma revolução ainda mais profunda que a teoria da relatividade de Einstein: a *mecânica quântica*. Einstein relutou em aceitar as conseqüências desta teoria até seus últimos dias de vida (ao final do capítulo, pode ser que o leitor se sinta solidário com a posição adotada por Einstein!). Chegou a

afirmar que a mecânica quântica levaria à parapsicologia, e por isso deveria ser abandonada¹. Ao mesmo tempo, paradoxalmente, deu contribuições fundamentais para a sua formulação e desenvolvimento. Hoje, se por um lado ainda existe uma acalorada discussão a respeito da interpretação dos seus fundamentos, por outro a mecânica quântica tornou-se uma espécie de rainha da física, com seu espetacular poder de previsão, e absoluta precisão nos resultados numéricos dela obtidos. Na batalha entre Bohr e Einstein quem venceu foi Bohr!

Passemos agora ao problema histórico que deu origem à mecânica quântica. Recordemos que para a física clássica os fenômenos físicos pertenciam a duas categorias distintas: os mecânicos, envolvendo o movimento de objetos massivos (planetas, maçãs, partículas, etc.), e os de natureza eletromagnética. Dentro de cada uma dessas categorias existem os fenômenos ondulatórios; podemos tanto ter ondas mecânicas propagando-se em um meio material (como o som, por exemplo), quanto ondas eletromagnéticas, que não dependem da existência de um meio para se propagar (como a luz, por exemplo). Ninguém em sã consciência imaginaria algo que misturasse propriedades típicas de partículas com propriedades ondulatórias.

Desde o século XIX havia o problema de como interpretar a energia contida na radiação emitida por um sólido incandescente, a chamada *radiação térmica*. Todos os corpos emitem e absorvem esse tipo de radiação. É por exemplo através da radiação térmica emitida por nossos corpos que nos aquecemos embaixo de um cobertor em dias frios. O

¹Esta foi outra previsão fantástica de Einstein. Basta dar uma olhada nas seções de esoterismo das livrarias!

cobertor meramente evita que esta radiação se espalhe pelo ambiente. Para simular a emissão e absorção de radiação por um objeto, os físicos inventaram o que se chama de *corpo negro*, um objeto que absorve toda a radiação nele incidente. Um modelo idealizado de corpo negro é uma caixa com um buraco pequeno. Toda radiação que incide *sobre o buraco* é capturada; a onda permanece refletindo nas paredes internas da caixa sem conseguir escapar. Note que o corpo negro não é a caixa em si, mas apenas o buraco! Obviamente a radiação que incide sobre a caixa será por ela refletida, mas aquela porção que incidir sobre o buraco será absorvida e permanecerá presa em seu interior. Os físicos do final do século XIX estavam interessados em descrever a distribuição de energia da radiação emitida por um corpo negro e sua variação com a frequência da radiação e com a temperatura do corpo. Este é um problema que claramente pertence à categoria dos fenômenos ondulatórios, de natureza eletromagnética.

A variação da energia irradiada com a temperatura de um objeto era uma lei bem estabelecida ao final do século XIX, chamada de *lei de Stefan-Boltzmann*. Esta estabelece que a energia total emitida pela radiação, chamada *radiância*, R_T , é proporcional à quarta potência da temperatura do objeto, ou seja:

$$R_T = \sigma T^4$$

onde σ é a chamada *constante de Stefan-Boltzmann*, e vale $5,67 \times 10^{-8}$ W/m²K⁴ (W = watts, K = Kelvin). Essa lei diz que se duplicarmos a temperatura do objeto, a sua taxa de radiação aumentará 16 vezes. Ela, contudo, não diz como a energia está distribuída entre os

vários comprimentos de onda (ou frequências) da radiação emitida. No início do século XX, Rayleigh e Jeans fizeram este cálculo, usando a eletrodinâmica clássica. Eles encontraram o seguinte resultado:

$$\rho_T(f) = \frac{8\pi f^2 k_B T}{c^3}$$

A função $\rho_T(f)$ mede a quantidade de energia irradiada em uma dada frequência f , quando o corpo negro se encontra a uma temperatura fixa T . Nessa fórmula, c é a velocidade da luz (ela aparece porque a radiação térmica é um tipo de onda eletromagnética), e k_B é a *constante de Boltzmann*, com valor numérico $k_B = 1,381 \times 10^{-23}$ J/K. Por exemplo, a $T = 10000$ K teremos:

$$\rho_T(f) = \frac{8\pi \times 10^5 \times 1,381 \times 10^{-23}}{27 \times 10^{24}} f^2 = 1,28 \times 10^{-42} f^2 \frac{\text{J}}{\text{Hzm}^3}$$

Logo, para $f = 10^{14}$ Hz, a densidade de energia eletromagnética irradiada por unidade de tempo será igual a $\rho_T(f) = 1,28 \times 10^{-42} \times 10^{28} = 1,28 \times 10^{-14}$ J/Hz m³.

Vemos então que a previsão de Rayleigh e Jeans é de que, para uma dada temperatura, a energia aumenta com o quadrado da frequência. Isto significa que a energia contida em uma dada frequência será 4 vezes maior do que aquela contida em outra com a metade de seu valor. Como a energia total é igual a soma (integral - Painel IV) sobre todas as frequências de zero até infinito², esta fórmula prevê que a energia irradiada total será infinita! Quando comparada com dados experimentais, houve uma discordância tão espetacular com a previsão

²Esta faixa de variação de frequência é uma idealização, pois frequências de ondas eletromagnéticas são sempre maiores que zero e menores que infinito. No entanto, do ponto de vista matemático, é conveniente considerarmos a situação idealizada.

teórica (ver figura), que o fato entrou para a História da Física com o nome de *catástrofe do ultravioleta*! A catástrofe do ultravioleta era então uma pedra no caminho³.

3.2 Max Plank: Pacotes de Luz?!

Ao tentar solucionar o problema da catástrofe do ultravioleta, o físico alemão Max Planck inaugurou uma nova era da física. Seu trabalho intitulado *Sobre a Teoria da Distribuição de Energia do Espectro Normal* foi apresentado no dia 14 de dezembro de 1900 em uma reunião da Sociedade Alemã de Física. Esta é a data celebrada como a do nascimento da física quântica. Na época, contudo, o trabalho de Planck recebeu pouca atenção. Foi somente depois da explicação do efeito fotoelétrico dada por Einstein (efeito discutido a seguir), usando as idéias de Planck, que o trabalho entrou em foco, e ganhou importância.

Planck conseguiu explicar a distribuição de radiação de corpo negro fazendo a hipótese de que a emissão e a absorção de energia eletromagnética se dão não de forma contínua, como requer o eletromagnetismo clássico, mas em unidades discretas de uma quantidade mínima ΔE :

$$E = \Delta E, 2\Delta E, 3\Delta E, \dots$$

A fim de poder ajustar a sua teoria aos dados experimentais, ele supôs que a quantidade mínima, ou *quantum* de energia ΔE , era proporcional

³Para que se aprecie melhor a significância deste resultado, é preciso lembrar que nada havia errado com os cálculos de Rayleigh e Jeans; estes estavam rigorosamente corretos dentro das premissas da física clássica. Eram as premissas em si que estavam erradas!

à frequência, f , da radiação:

$$\Delta E = hf$$

A constante de proporcionalidade h é a famosa *constante de Planck*, que numericamente vale $6,626 \times 10^{-34}$ Js. A partir de sua hipótese Planck deduziu a seguinte fórmula para a distribuição de energia do corpo negro (compare com a expressão obtida por Rayleigh e Jeans):

$$\rho_T(f) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{e^{hf/k_B T} - 1}$$

Essa expressão reproduz exatamente o que é observado experimentalmente (veja figura)! Esta fórmula também leva corretamente à Lei de Stefan-Boltzmann. Para efeitos de comparação, vamos substituir valores numéricos e comparar com a fórmula de Rayleigh e Jeans:

$$\rho_T(f) = \frac{8\pi \times 6,626 \times 10^{-34}}{27 \times 10^{24}} \times$$

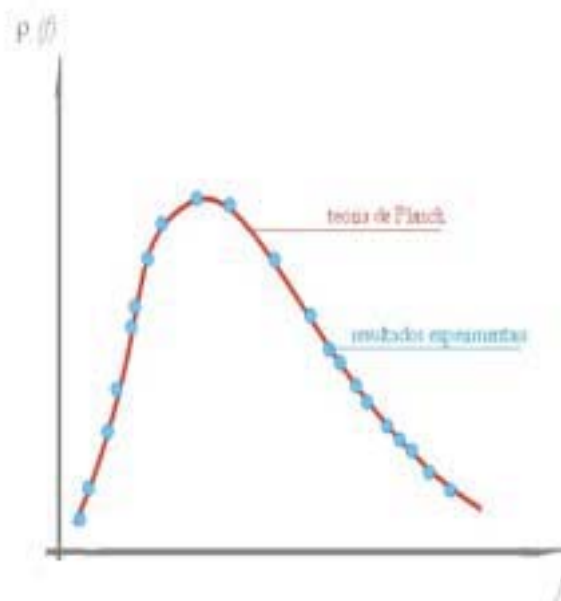
$$\times \frac{10^{42}}{e^{6,626 \times 10^{-34} \times 10^{14} / 1,381 \times 10^{-23} \times 10^5} - 1} = 1,25 \times 10^{-14} \frac{\text{J.Hz}}{\text{m}^3}$$

A energia total de uma onda eletromagnética com frequência f será, de acordo com a hipótese de Plank, igual a um dado número de vezes a quantidade mínima hf :

$$E = nhf \quad \text{onde } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Nesta expressão n ó número de quanta de radiação com energia hf . Este resultado está em franca oposição à eletrodinâmica clássica, para a qual a energia de uma onda eletromagnética varia continuamente e

não em pacotes. Por exemplo, a frequência da luz visível é da ordem de 10^{15} Hz. Portanto, a energia de um quantum de luz visível é de aproximadamente $6,6 \times 10^{-34} \times 10^{15} \approx 10^{-18}$ J. Se tivéssemos 10^{20} quanta de luz, a energia total seria $10^{-18} \times 10^{20} = 100$ J.



Ao supor que a energia eletromagnética não é distribuída continuamente, mas em “pacotes”, ou *quanta*, Planck foi capaz de explicar os dados experimentais sobre a radiação de um corpo negro.

Durante anos o próprio Planck considerou a sua hipótese um “ato de desespero”, alusão feita aos esforços para explicar o espectro de radiação do corpo negro. Ele passou cerca de dez anos tentando conciliar a sua hipótese com a física clássica, mas não obteve sucesso. Somente após a explicação do efeito fotoelétrico por Einstein é que ele se convenceu da realidade dos *quanta* de energia.

O efeito fotoelétrico é a ejeção de elétrons de uma superfície metálica pela ação de uma luz incidente. Hoje este efeito tem várias aplicações na

indústria através das chamadas células fotoelétricas. Podemos entender o problema considerando o elétron preso na superfície de um metal como estando dentro de um poço. Só que não se trata aqui de um poço comum, mas do que os físicos chamam de um *poço de potencial* (nós também vivemos dentro de um poço de potencial; o poço de potencial gravitacional gerado pela massa da Terra!). Essa denominação vem do fato de que o metal atrai o elétron para si. Na superfície do metal a atração não é tão forte, e a luz que incide sobre ele fornece energia suficiente para o elétron “escapar” do poço. Em geral, a energia é suficiente não só para arrancar o elétron, mas também para fornecer a ele uma certa energia cinética. De fato, se soubermos a energia da luz incidente, e medirmos a velocidade do elétron ejetado, podemos calcular a “profundidade” do poço.

Os dois aspectos principais do efeito fotoelétrico que não podem ser explicados pela teoria clássica são:

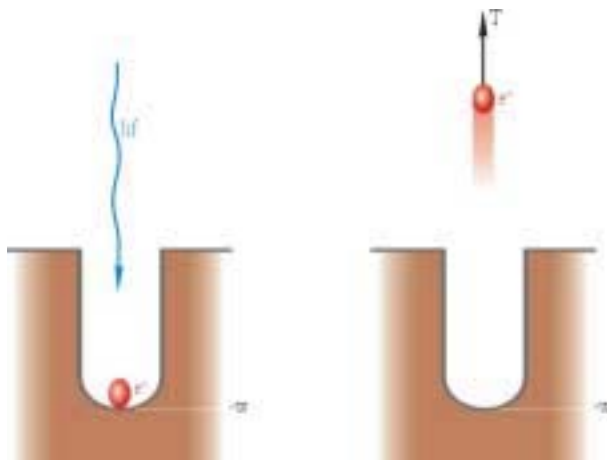
(i) A energia cinética dos elétrons ejetados não depende da intensidade da luz incidente (proporcional ao quadrado do campo elétrico). Isto está em conflito com a idéia clássica de que, como a força que atua sobre cada elétron é igual ao produto da carga pelo campo elétrico, $e\mathbf{E}$, a energia cinética deveria aumentar sempre com o aumento do módulo de \mathbf{E} . Isso não acontece;

(ii) Existe uma “frequência de corte” para a luz incidente, abaixo da qual o efeito deixa de ocorrer, *independentemente da intensidade do campo elétrico*. Isso também está em conflito com o eletromagnetismo clássico, para o qual o efeito deveria ocorrer qualquer que fosse a frequência da onda.

Einstein deu a seguinte explicação para o efeito fotoelétrico: a energia da onda que incide sobre o metal é quantizada, em unidades de hf , como postulado por Planck. Mas Einstein introduziu uma idéia fundamental: ele tratou esses quanta de energia como se fossem *partículas em si*, ou seja, como se a onda eletromagnética não fosse contínua, mas formada por “bolinhas de energia”, que os físicos batizaram com o nome de *fótons*. Então, fótons são quanta de energia eletromagnética, ou *partículas de radiação*. Einstein postulou que a energia cinética do elétron ejetado do metal era igual à diferença entre a energia do fóton, hf e a profundidade do poço de potencial, W :

$$T = hf - W$$

Com essa hipótese, simples como ele próprio, Einstein explicou todos os resultados experimentais envolvendo o efeito fotoelétrico. Você sabe quando foi que ele fez isso? Em 1905, o mesmo ano da publicação da teoria da relatividade!! Não dá pra competir com um cara assim, dá? Vejamos agora como esta hipótese resolve os dois pontos mencionados acima.

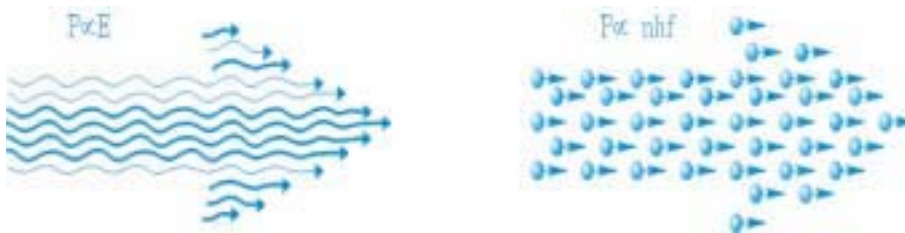


Ao incidir sobre a superfície de alguns metais, radiação eletromagnética é capaz de “arrancar” elétrons do metal. Este é o efeito fotoelétrico.

Para que o elétron seja detectado, é preciso que ele seja ejetado com uma certa energia cinética, ou seja, possua $T \neq 0$. Da expressão proposta por Einstein, vemos que se a frequência for tal que $hf = W$, T será zero. Esta condição nos dá a frequência de corte. Além disso, se a energia do fóton, hf , for menor do que W , o efeito deixa de ocorrer pois o elétron continuará preso ao metal. Isto só depende do valor de hf em relação ao valor de W , e não da *quantidade* de fótons que estiverem atingindo o metal, ou seja, independe da intensidade do campo elétrico. Para o sódio, por exemplo, verifica-se que a frequência de corte é $f = 4,39 \times 10^{14}$ Hz, o que nos dá a “profundidade” do poço para o Na: $W = 4,39 \times 10^{14} \times 6,63 \times 10^{-34} = 1,82$ eV.

Certamente o leitor não deixou passar a sentença grifada acima:

partículas de radiação. Talvez mais importante do que a explicação do efeito fotoelétrico em si, a introdução deste conceito novo foi completamente revolucionária, e rompeu de vez com a física clássica para a qual partícula é partícula e onda é onda! Com essa idéia Einstein unificou a Natureza em um nível fundamental, onde partícula e onda se misturam e se complementam⁴.



A radiação eletromagnética apresenta um caráter ondulatório e um caráter corpuscular. No primeiro caso dizemos que a potência da onda é proporcional ao quadrado do campo elétrico, e no segundo que a potência é proporcional ao número de fótons com uma dada frequência.

⁴Idéias sobre a natureza corpuscular da luz são de fato muito antigas, e haviam sido defendidas pelo próprio Newton. Contudo, após o grande sucesso da teoria ondulatória clássica da radiação, estas idéias foram de certa forma esquecidas, tendo sido revividas somente após o trabalho de Planck.

3.3 Louis de Broglie: Ondas de Matéria?!

Como conciliar o caráter ondulatório da radiação eletromagnética (difração, interferência, etc) com o caráter de partícula proposto por Einstein para explicar o efeito fotoelétrico? Além deste, existia ainda um outro efeito que deixava inequívoca a interpretação de Einstein: o chamado *efeito Compton*. Trata-se do espalhamento de radiação eletromagnética, por elétrons, em um alvo. O experimento consiste em fazer incidir sobre um alvo, radiação com direção e energia bem determinadas, e medir a direção e energia da radiação espalhada. Compton chegou à conclusão de que os resultados experimentais só poderiam ser explicados se a radiação fosse considerada como um conjunto de fótons. Isso quer dizer que o processo de espalhamento da radiação pelos elétrons teria que ser tratado algo como o choque entre bolas de bilhar (uma das bolas sendo o fóton, a outra sendo o elétron). Compton foi outro que engordou a poupança com o Estocolmo de 1927!

Mas o pior ainda estava por vir. Em 1924 o francês Louis de Broglie apresentou uma idéia em sua tese de doutoramento que iria de uma vez por todas consolidar o estado de confusão então reinante: *ondas de matéria*. O “insight” de de Broglie foi, na opinião do autor, o salto mais decisivo para o desenvolvimento da moderna mecânica quântica. Ele simplesmente completou a simetria que faltava: se fótons são ao mesmo tempo ondas e partículas, então partículas (como elétrons, prótons, etc.) também devem ser ondas! Esta suposta *onda de matéria* também teria uma frequência f (como qualquer onda que se preze!) e sua energia seria, como no caso do fóton, dada por

$$E = hf$$

E outras quantidades mecânicas que são características de partículas, como por exemplo o momento, p ? “No problem”, este, segundo de Broglie, é dado por:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

onde λ é o comprimento de onda associada à partícula, chamado de *comprimento de onda de de Broglie*. Esta é mais uma daquelas expressões mágicas, tanto pela sua simplicidade, quanto pelo seu significado. Do lado esquerdo temos o momento, uma quantidade típica de partícula, e do lado direito o comprimento de onda, típico de fenômenos ondulatórios. A “interface” entre as duas quantidades é a constante de Planck, a assinatura da mecânica quântica.

Vamos verificar se essa quantidade possui de fato dimensão de momento, ou seja kg m/s. A unidade de h é o joule vezes segundo, e a unidade de λ é o metro. Acontece que joule é unidade de energia que por sua vez é igual ao produto da força (dada em newtons = massa \times aceleração) pelo deslocamento. Logo teremos:

$$[p] = \frac{kg \times m \times s^{-2} \times m \times s}{m} = kg \times m/s$$

Ok., mas falar só não adianta, pois o mundo está mesmo cheio de malucos querendo “aparecer”. Onde estão os fatos? Acontece que a hipótese de de Broglie foi amplamente verificada experimentalmente por vários cientistas! Em 1927 George Paget Thompson mostrou que

elétrons sofrem difração, tal qual ondas eletromagnéticas. A partir do padrão de difração obtido, ele mediu o comprimento de onda de de Broglie, e verificou estar de acordo com a relação $\lambda = h/p$. Por isso ele faturou o Nobel de 1937. Este é um fato particularmente curioso na História da Física: o pai de G.P. Thompson, Joseph John Thompson, havia em 1897 descoberto o elétron, e embolsado o Nobel de 1906, 31 anos antes do filho! Eta família lascada! A respeito disso escreveu Max James:

Podemos dizer que Thompson, o pai, foi agraciado com o Nobel por mostrar que o elétron era uma partícula, e Thompson, o filho, por mostrar que ele era uma onda.

de Broglie, por sua vez, não ficou de fora e abiscoitou o Estocolmo de 1929.

Não somente elétrons, mas qualquer objeto material possui uma onda associada. Acontece que este caráter da matéria só é manifesto se o comprimento de onda de de Broglie se torna comparável às dimensões envolvidas no experimento. Isso não é novidade. Nós vimos no capítulo um que ondas são difratadas em um anteparo com uma abertura se as dimensões da abertura forem da mesma ordem que o comprimento de onda. Você poderia então pensar (a essa altura pode-se pensar qualquer coisa!): por que então quando eu atravesso a porta do quarto para a sala eu também não sofro difração? É fácil explicar: suponha que você se desloque com uma velocidade de 0,5 m/s, e tenha uma massa de 80 kg. Então, o seu momento será igual a $p = 80 \times 0,5 = 40$ kg m/s. Conseqüentemente seu comprimento de onda de de Broglie será: $\lambda =$

$6,6 \times 10^{-34} / 40 = 1,6 \times 10^{-35}$ m. Como a abertura da porta é da ordem de 0,7 m, o seu comprimento de onda de de Broglie é infinitamente menor que o vão, e nessas condições o fenômeno não é manifesto. Por outro lado, partículas microscópicas como elétrons podem ser aceleradas a velocidades que tornem seus momentos e comprimentos de onda de de Broglie tais que difração pode ser observada, por exemplo, em um sólido cristalino (capítulo 5). Neste caso, o espaço entre os átomos que formam o sólido é da mesma ordem que λ . Novamente aqui vemos o papel das constantes físicas para a nossa percepção do mundo. Desta vez estamos falando da constante de Planck. Se h não tivesse um valor tão pequeno, ao corrermos para atravessar a rua, seríamos difratados por postes, carros e hidrantes!

Voltemos à pergunta feita inicialmente: como conciliar o caráter ondulatório com o caráter de partícula da matéria? Resposta: dentro da física clássica não há conciliação. Este é um aspecto da realidade que simplesmente deve ser aceito! O físico dinamarquês Niels Bohr foi um dos maiores promotores e defensores da emergente mecânica quântica. Foi ele quem “costurou” o chamado *princípio da complementaridade*: partícula e onda são conceitos complementares (e não opostos, como classicamente!). Se em um experimento o caráter de partícula é manifesto (como por exemplo no efeito fotoelétrico ou no efeito Compton), é impossível, através do mesmo experimento, observar seu caráter ondulatório. E vice-versa. O que determina a observação de um caráter ou outro é a natureza do experimento. Se fizermos um experimento de difração ou interferência, o caráter ondulatório é manifesto; se fizermos um experimento de espalhamento Compton, é o caráter de partícula

localizada que aparece. É como se a Natureza revelasse para nós aquilo que desejássemos ver! Note que situação miserável: não temos sequer um nome para expressar essas “coisas” que são partículas e ondas ao mesmo tempo!

Temos ainda um problema: no mundo clássico uma onda é algo bem definido, detectável, “palpável”, (ai que saudades!) bem representada matematicamente, por exemplo pelos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} no caso de uma onda eletromagnética. E no caso das ondas de matéria? Qual o análogo dos campos elétrico e magnético? Entra em cena Erwin Schrödinger.

3.4 Erwin Schrödinger e o Mistério $\psi(\mathbf{r}, t)$

De acordo com a teoria eletromagnética os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} se propagam pelo espaço sob a forma de ondas quando suas fontes sofrem aceleração. O que chamamos “fontes” são distribuições espaciais de cargas elétricas, que são postas a oscilar. A configuração espacial do campo eletromagnético reflete a distribuição de cargas da fonte. Mas de que modo, dada uma distribuição de cargas, podemos conhecer o campo eletromagnético correspondente? Resposta: para isso temos que resolver as *equações de Maxwell*. Dissemos no capítulo um que foi Maxwell quem sintetizou as leis do eletromagnetismo clássico. Essa síntese está contida em quatro equações, as chamadas equações de Maxwell, que não vamos reproduzir aqui devido a seu alto grau de complexidade matemática. Basta sabermos que os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} são justamente as soluções destas equações. Agora, na medida em que o movimento da matéria também possui uma onda associada, qual será o

análogo do campo eletromagnético? Assim como os campos $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ são funções matemáticas que descrevem ondas eletromagnéticas, deve haver o equivalente para ondas de matéria, ou seja, uma função matemática que descreva uma distribuição de matéria. E mais, como obter tal função? Quem resolveu este problema foi o físico alemão Erwin Schrödinger. Petrus Debye, um importante físico holandês da época, mais tarde recordaria:

Então de Broglie publicou seu trabalho. Na época Schrödinger era meu sucessor na Universidade de Zurique, e eu estava na Universidade Técnica, que é um Instituto Federal. Nós conversávamos sobre o trabalho de de Broglie, e tínhamos chegado a conclusão que não o compreendíamos. Convidamos então Schrödinger para dar um colóquio sobre o assunto. Ao se preparar para o colóquio Schrödinger realmente se envolveu com o problema. Foi então uma questão de meses até ele publicar o seu artigo

Schrödinger encaçapou o Nobel de 1933.

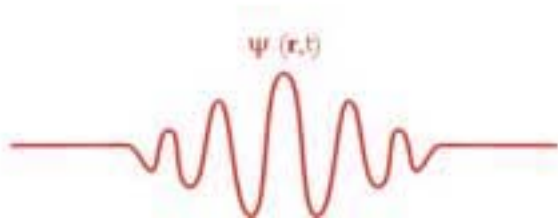
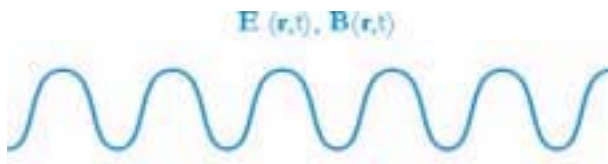
A função que descreve as ondas de matéria é a chamada *função de onda*, representada por $\psi(\mathbf{r}, t)$. Ela é a solução de uma famosa equação da física, chamada *equação de Schrödinger*. É a função de onda a quantidade equivalente aos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} de uma onda eletromagnética. No caso geral, $\psi(\mathbf{r}, t)$ será uma função complexa, ou seja uma função de variáveis complexas (isso não quer dizer que ela seja necessariamente complicada!), contendo uma parte real e outra imaginária. O comportamento da função de onda é determinado pela energia total da partícula,

ou seja, cinética mais potencial. Para cada tipo de potencial, a função de onda terá uma forma diferente. Por exemplo, para uma partícula livre o potencial é igual a zero em todo o espaço; para um oscilador harmônico em 1 dimensão, o potencial é proporcional ao quadrado do deslocamento da partícula, e assim por diante. É importante ressaltar que embora $\psi(\mathbf{r}, t)$ seja o análogo ao campo eletromagnético, a função em si não possui uma “realidade física”, como \mathbf{E} e \mathbf{B} . Ou seja, nós não temos acesso experimental direto à função de onda. Que diabos então é $\psi(\mathbf{r}, t)$? Quem deu a interpretação à função de onda foi Max Born, em 1926. Born postulou que a conexão entre as propriedades ondulatórias de $\psi(\mathbf{r}, t)$ e as propriedades mecânicas de uma partícula associada estava não na função em si, mas no seu módulo quadrado:

$$|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 = \psi(\mathbf{r}, t)^* \psi(\mathbf{r}, t)$$

onde $\psi(\mathbf{r}, t)^*$ é o complexo conjugado da função de onda, obtido simplesmente trocando-se i por $-i$. O módulo quadrado da função de onda é o equivalente à intensidade do campo eletromagnético, que por sua vez é proporcional a E^2 e B^2 . Max Born interpretou a quantidade $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ como uma *densidade de probabilidades*, ou seja, probabilidade por unidade de volume. Esta interpretação implica em um caráter aleatório intrínseco à Natureza, pelo menos no que diz respeito a fenômenos envolvendo partículas microscópicas. De acordo com ela, no mundo microscópico só podemos falar de agora em diante de probabilidades: probabilidade de a partícula estar em tal posição, probabilidade de a partícula ter tal momento, ou tal energia, etc. $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ representa a probabilidade de a partícula ser encontrada na posição \mathbf{r} no

instante t . Essa idéia está em franca oposição com o quadro clássico onde a trajetória e o momento de uma partícula, $\mathbf{r}(t)$ e $\mathbf{p}(t)$, podem ser conhecidos com precisão absoluta, bastando para isso resolvermos a equação $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. Cai por terra o determinismo clássico!



A função de onda está para as ondas de matéria assim como os campos elétrico e magnético estão para a radiação eletromagnética.

PAINEL VIII
FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES

Quando jogamos um dado para o alto, qual a *probabilidade* da face com 4 marcas cair para cima? $1/6$, todos sabemos. Esta probabilidade é a mesma para qualquer outro resultado. Mas como se chega a esta conclusão? Probabilidade é um conceito matemático; é o limite de uma sequência de eventos. Para chegarmos ao número $1/6$, temos que jogar o dado para o alto um certo número N de vezes. Então contamos quantas vezes o número 4 (ou qualquer outro número) foi obtido (digamos N_4 vezes) e dividimos pelo número total de jogadas. Chamemos essa razão de $p(4)$:

$$p(4) = \frac{N_4}{N}$$

A probabilidade é o limite desta razão quando N for um número muito grande, ou como dizemos em matemática, “tender para infinito”. É somente neste limite que o resultado será o mesmo para qualquer face do dado: $1/6$.

Suponha agora que você tenha uma caixa com 1 bola branca, 5 bolas vermelhas e 2 bolas pretas. Qual a probabilidade de tirarmos a bola branca? Como o número total de bolas é 8, a probabilidade será $1/8$. E a de tirarmos uma bola vermelha? Será obviamente $5/8$, pois temos 5 bolas vermelhas. Ou seja, a probabilidade de tirarmos uma bola vermelha é 5 vezes maior do que a de tirarmos uma bola branca e duas vezes e meia a de tirarmos uma preta. Ou seja, existe aqui uma *distribuição de probabilidades*.

As somas das probabilidades de todos os eventos possíveis tem que ser sempre igual a 1. No caso do dado teremos:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

E no caso das bolas coloridas:

$$\frac{1}{8} + \frac{5}{8} + \frac{2}{8} = 1$$

Funções de distribuição de probabilidades descrevem probabilidades de ocorrência de eventos aleatórios. No exemplo do dado, o evento aleatório é o resultado da

jogada. Como a probabilidade é a mesma para qualquer resultado, a função de distribuição de probabilidades neste caso será constante. No caso da caixa com as bolas, o evento aleatório é retirar-se uma bola de determinada cor. Neste caso a função de distribuição de probabilidades não será constante pois as cores têm probabilidades distintas de serem retiradas.

Em muitas situações em física experimental os valores das quantidades medidas devem ser considerados como variáveis aleatórias, pois quando se faz uma medida o resultado pode estar sujeito a alterações causadas por fatores sobre os quais não temos controle. Por exemplo, pessoas diferentes usando multímetros diferentes podem encontrar valores diferentes para a mesma resistência de um resistor. Considere, como ilustração, que 5 medidas da resistência elétrica de um dado resistor resultem em 100,4 Ω , 99,8 Ω , 100,1 Ω , 100,3 Ω , 99,8 Ω . Qual o valor “correto” da resistência? Neste caso, o melhor que podemos fazer é expressar o valor médio como sendo o mais provável: $(100,4 + 100,1 + 100,3 + 2 \times 99,8)/5 = 100,08\Omega$.

A função de onda de uma partícula microscópica, ou mais precisamente o seu módulo quadrado, é uma função de distribuição de probabilidades. $|\psi(x)|^2$ representa a distribuição de probabilidades para a posição da partícula, que neste caso é a variável aleatória. A diferença é que aqui trata-se de uma *variável aleatória contínua*. Se representarmos um intervalo infinitesimal ao longo do eixo x por dx , a probabilidade de a partícula ser encontrada dentro desse intervalo será igual a

$$|\psi(x)|^2 dx$$

Neste caso, a soma sobre todas as probabilidades também é uma soma contínua, ou seja, uma integral (veja Painel IV):

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$$

Outras variáveis em mecânica quântica, contudo, podem ser discretas. Neste caso a soma sobre todas as probabilidades é análoga aos casos do dado e das bolas coloridas. A partir do conhecimento da função de onda, podemos calcular os valores médios das variáveis dinâmicas do problema, como posição, momento, energia, etc.

Suponha, por exemplo, que um elétron se desloque livremente no espaço. Para simplificar vamos considerar o problema unidimensional sobre o eixo x . Como vimos no capítulo um, classicamente as posições do elétron seriam determinadas por $x = x_0 + vt$, onde v é a velocidade do elétron, e x_0 sua posição inicial. Se $x_0 = 0$, e $v = 10$ m/s, saberíamos com certeza que no instante $t = 1$ s, por exemplo, a posição do elétron seria $x = 10$ m. Quanticamente nada disso vale. A informação sobre a posição do elétron seria dada em termos de probabilidades. O melhor que poderíamos fazer seria, por exemplo, dizer que a probabilidade de o elétron ser encontrado entre $x = 9$ e $x = 11$ metros é de $1/8$ (este número nada tem de realístico; ele foi escolhido ao acaso para este exemplo). E assim por diante. Probabilidades e valores médios são os tipos de informações obtidas a partir do conhecimento da função de onda do elétron. Na medida em que a função de onda depende da forma funcional do potencial em que o elétron se move, as probabilidades também dependerão.

Vamos considerar uma outra situação simples, desta vez não envolvendo posições, mas sim energias. Suponha que as energias de uma partícula sejam quantizadas, isto é, só possam adquirir certos valores discretos. Imagine, por simplicidade, que só existam três valores possíveis, que vamos chamar de E_1 , E_2 e E_3 . A mecânica quântica nos diz que ao realizarmos uma medida da energia da partícula, necessariamente encontraremos um desses três valores, e nenhum outro, cada um deles com uma certa probabilidade. Valores que podem ser encontrados na medida de alguma grandeza física, são chamados em mecânica quântica de *autovalores*. No caso específico em que a grandeza em

questão é a energia da partícula, os autovalores são chamados de *autoenergias*. A cada autoenergia está associada uma *autofunção* que neste caso vamos representar por ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 , correspondendo a E_1 , E_2 e E_3 , respectivamente. A autofunção é a função matemática que descreve o estado da partícula, isto é, sua posição, momento, energia, etc., no instante da medida. Podemos pensar em uma autofunção como uma forma particular adquirida pela função de onda ψ no momento em que a medida é realizada. De forma análoga, podemos pensar em uma autoenergia como um valor particular de energia adquirido no instante da medição.

Suponha que façamos uma medida da energia do sistema e encontremos, por exemplo, o valor E_2 . Isso quer dizer que logo após a medida, o sistema⁵ estava no estado descrito pela autofunção ϕ_2 . E antes de fazermos a medida, que energia tinha o sistema? Resposta: antes da medida ele não se encontrava em nenhum autoestado particular, ou seja, não possuía uma energia definida. Dizemos que ele se encontrava em uma *superposição de autoestados*. Tal superposição é representada matematicamente pela combinação das funções ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 :

$$\psi = a_1\phi_1 + a_2\phi_2 + a_3\phi_3$$

Os coeficientes a_1 , a_2 e a_3 são chamados de *amplitudes de probabilidade*. Estes números são quantidades complexas, e seu módulo quadrado fornece a probabilidade do estado correspondente ser encontrado em uma medida de energia. Por exemplo, $|a_1|^2 = a_1 a_1^*$ é a probabilidade

⁵Usamos a palavra 'sistema' para denominar genericamente o nosso objeto de estudo: uma partícula, um conjunto de partículas, um átomo, etc.

do valor de energia E_1 ser encontrado em uma medida de energia. Obviamente sendo $|a_1|^2$, $|a_2|^2$ e $|a_3|^2$ probabilidades, e como só existem três valores possíveis de energia neste exemplo, a condição seguinte deve necessariamente ser satisfeita:

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_3|^2 = 1$$

Esse ponto é tão importante, e ao mesmo tempo tão difícil de entender! O Prêmio Nobel americano Richard Feynman costumava dizer que quem afirmasse haver entendido a mecânica quântica estaria mentindo! Niels Bohr por sua vez gostava de dizer que se você não se espantar com a mecânica quântica, é porque não a compreendeu!

Vamos comparar o exemplo acima com uma situação de probabilidades do nosso dia-a-dia: um jogo de cara-ou-coroa. Ao jogarmos uma moeda para o alto, sabemos que só existem dois resultados possíveis: cara ou coroa. Não sabemos qual dos dois vai ocorrer, mas podemos associar 50% de chance para cada um deles. Este tipo de indeterminismo é *completamente diferente* daquele que estamos falando em mecânica quântica! De acordo com a mecânica clássica, se soubéssemos detalhes como a massa da moeda, a força aplicada, a inclinação da mão na hora de jogar, etc., poderíamos calcular *exatamente* o resultado da jogada. Ou seja, a probabilidade neste exemplo da moeda é simplesmente uma maneira de quantificarmos a nossa ignorância a respeito das condições exatas no início do movimento da moeda! Na mecânica quântica o indeterminismo, de acordo com a interpretação de Born, é *intrínseco* ao problema. Ou seja, em um nível microscópico, a Natureza é simplesmente aleatória! Não há como, antes da medida, sabermos o resultado

que virá, mesmo conhecendo todos os detalhes do problema. Temos que conviver com uma espécie de “ignorância incurável”!

Voltando à função ψ acima. Antes da medida o sistema estava no estado geral representado por ψ . Logo após a medida ser realizada, a função de onda será um dos autoestados possíveis ϕ_1 , ϕ_2 ou ϕ_3 . Nos referimos a esse processo como o *colapso* da função de onda; o sistema colapsa do estado ψ para um dos autoestados ϕ_i . Não podemos dizer exatamente para qual autoestado ocorrerá o colapso, mas se fizermos um grande número de medidas da energia, podemos calcular o seu *valor médio* (isto é o melhor que pode ser feito!). Como a probabilidade de encontrar E_1 é igual a $|a_1|^2$, análogamente para E_2 e E_3 , o valor médio da energia, representado por $\langle E \rangle$, pode ser calculado de:

$$\langle E \rangle = E_1|a_1|^2 + E_2|a_2|^2 + E_3|a_3|^2$$

Em mecânica quântica, valores médios são também chamados de *valores esperados*. Por exemplo, suponha que $E_1 = 0,5$ eV, $E_2 = 3,0$ eV e $E_3 = 7,2$ eV. Suponha também que os três autoestados sejam igualmente prováveis, isto é: $|a_1|^2 = |a_2|^2 = |a_3|^2 = 1/3$. Se realizássemos um grande número de medidas da energia e depois calculássemos a média, encontraríamos:

$$\langle E \rangle = 0,5 \times \frac{1}{3} + 3,0 \times \frac{1}{3} + 7,2 \times \frac{1}{3} = 3,57 \text{ eV}$$

Se os autoestados não fossem igualmente prováveis, mas distribuídos como $|a_1|^2 = 1/2$, $|a_2|^2 = 1/5$, e $|a_3|^2 = 3/10$ o valor esperado da energia se tornaria:

$$\langle E \rangle = 0,5 \times \frac{1}{2} + 3,0 \times \frac{1}{5} + 7,2 \times \frac{3}{10} = 3,01 \text{ eV}$$

Retornando agora ao caso da partícula livre; a função de onda mais simples possível é aquela que descreve o movimento de uma partícula livre, ou seja, uma partícula que se move sem a ação de um potencial (classicamente esta situação corresponde ao movimento retilíneo e uniforme, o famigerado MRU). A função de onda neste caso é o que chamamos de uma *onda plana*, representada por:

$$\psi(x) = e^{ikx} = \cos(kx) + i\sin(kx)$$

onde k é o vetor de onda (estamos aqui interessados somente na parte espacial, e o problema está sendo considerado em apenas 1 dimensão). O vetor de onda está relacionado ao momento da partícula. De fato, recordando que $k = 2\pi/\lambda$, teremos da relação de de Broglie:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k$$

onde, por convenção chama-se $\hbar = h/2\pi = 1,05 \times 10^{-34}$ Js (lê-se ‘h cortado’). A energia cinética da partícula será:

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Na verdade existe um probleminha com a função de onda acima. A densidade de probabilidades relacionada a esta função é, de acordo com Max Born:

$$\psi(x)^* \psi(x) = |\psi(x)|^2 = e^{-ikx} e^{ikx} = 1$$

ou seja, a densidade de probabilidades é constante e igual a 1. Isso quer dizer que a partícula (aquela coisa que no primeiro capítulo era

imaginada ser uma bolinha localizada no espaço) tem igual probabilidade (de valor máximo) de ser encontrada em qualquer lugar, ou seja, está uniformemente espalhada por todo o espaço! Se por outro lado tivéssemos certeza que a partícula estivesse confinada dentro de uma caixa com volume V , a sua função de onda seria

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$$

e neste caso a densidade de probabilidades seria

$$\psi(\mathbf{r})^* \psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{V}$$

Quanto maior for o volume da caixa, menor será a probabilidade de encontrarmos a partícula em uma dada posição. Por exemplo, a probabilidade de encontrarmos a partícula em um pequeno volume ΔV dentro de V será:

$$\psi(\mathbf{r})^* \psi(\mathbf{r}) \times \Delta V = \frac{\Delta V}{V}$$

Se, por exemplo, o volume da caixa for $V = 1 \text{ m}^3$, a probabilidade de encontrarmos a partícula em um volume $\Delta V = 0,01 \text{ m}^3$ será igual a 0,01, ou 1%. Se ΔV for igual ao próprio volume V , a probabilidade de encontrarmos a partícula será $\Delta V/V = V/V = 1$, o que meramente expressa o que já sabíamos: o fato de termos certeza de que a partícula está dentro da caixa.

É certo que para uma partícula livre não podemos dizer com certeza a sua posição, mas daí a estar espalhada por todo o espaço já é um pouco demais! A maneira formal de contornar o problema é representarmos

uma partícula nesta situação como uma *superposição de ondas planas*, que nada mais é do que uma soma do tipo:

$$\psi(x) = e^{ik_1x} + e^{ik_2x} + e^{ik_3x} + \dots + e^{ik_Nx}$$

Este exemplo é particularmente ilustrativo, porque com ele podemos começar a desenvolver uma intuição de como ondas representam partículas em mecânica quântica. A superposição acima representa uma soma de ondas planas com comprimentos de onda diferentes. Recorde-mos do capítulo 1 que a superposição de várias ondas com comprimentos de onda ligeiramente diferentes, resulta em interferência destrutiva em alguns pontos e construtiva em outros. As ondas se reforçam em uma determinada região do espaço e tendem se anular em outras. A partícula terá maior chance de ser encontrada na região onde ocorrer interferência construtiva. Chamamos esta soma de *pacote de onda*. A região do espaço onde existe interferência construtiva, é representada por Δx , e é chamada *dispersão do pacote*. A dispersão do pacote claramente diminui se aumentarmos o número de termos na soma que o representa. Se o intervalo de valores de k que compõem o pacote for Δk , vimos no capítulo 1 que, para ondas usuais, existe uma relação do tipo $\Delta x \Delta k \approx 1$. No caso das ondas de matéria, foi Heisenberg quem deduziu a relação equivalente. Substituindo $\Delta k = \Delta p / \hbar$ obtemos

$$\Delta x \Delta p \approx \hbar$$

Este é o famoso *princípio de incerteza de Heisenberg*. Ele nos ensina o seguinte: se quisermos uma partícula bem localizada no espaço teremos que aumentar o número de componentes k no pacote de ondas que

representa a partícula. Isso aumenta a dispersão no momento Δp (que neste caso é chamado de “incerteza no momento”) da partícula. Ao contrário, se quisermos uma partícula com momento bem definido, ou seja, com Δp pequeno, teremos que aumentar a incerteza na sua posição Δx . Note novamente o contraste com a mecânica clássica, onde p e x são independentes, e podem ser conhecidos simultaneamente com absoluta precisão. No caso quântico, se aumentarmos a certeza na posição da partícula, perdemos informação a respeito de seu momento, e vice-versa. Em mecânica quântica *a posição e o momento de uma partícula estão vinculados através do princípio de incerteza, e não podem ser conhecidos simultaneamente com precisão arbitrária.*

Ufa! Conseguimos correlacionar as propriedades de partícula com as ondas de matéria graças a Max Born. Mas ficou faltando explicar o caso eletromagnético, ou seja, como conciliar as propriedades ondulatórias do campo eletromagnético com as do fóton. Isso é feito fazendo o caminho inverso: interpretamos agora os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} como estando relacionados a distribuições de probabilidades associadas ao fóton. Assim, a distribuição de intensidades de uma onda eletromagnética difratada sobre um anteparo, representa a distribuição de probabilidades de encontrarmos fótons sobre o anteparo! É como se o fóton tivesse a sua própria função de onda particular, a onda eletromagnética.

PAINEL IX
A EQUAÇÃO DE SCHRÖDINGER

Quando resolvemos uma equação do tipo $x^2 - 1 = 0$, encontramos os valores da variável x que satisfazem a igualdade (neste caso, $x = \pm 1$). Esta é um exemplo de *equação algébrica*. Em determinadas situações a nossa “incógnita” não é uma variável como x acima, mas uma função de x . Equações que relacionam funções e suas derivadas, cujas soluções são funções, são chamadas de *equações diferenciais*. Uma equação diferencial relaciona uma função com suas derivadas (veja Painel III). A equação de Schrödinger independente do tempo é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem⁶, cuja solução é a função de onda $\psi(x)$. Para uma partícula que se move em 1 dimensão sob a ação de um potencial $V(x)$ a equação de Schrödinger é:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

onde $d^2\psi/dx^2$ é a derivada segunda de ψ em relação a x , e E a energia total da partícula. A solução $\psi(x)$ é determinada pela forma do potencial $V(x)$ que dependerá do caso tratado. Para uma partícula livre, $V = 0$, para um oscilador harmônico $V = kx^2/2$, etc. Existem técnicas matemáticas para resolução de equações diferenciais que, em geral, são vistas em cursos de cálculo avançado.

⁶Ou seja, que envolve a função ψ e sua derivada segunda.

3.5 A Dúbia Vida de um Pobre Gato

Vimos acima que em mecânica quântica quando realizamos uma medida não podemos saber com certeza qual será o resultado. Temos apenas uma distribuição de probabilidades relacionada aos possíveis resultados. Quando aplicada a sistemas macroscópicos a mecânica quântica leva a situações curiosas e muito difíceis de serem conciliadas com o nosso senso comum de objetividade. Para exemplificar uma dessas situações Schrödinger propôs um daqueles experimentos pensados, que ficou famoso com o nome de *o gato de Schrödinger*. Ele imaginou a seguinte situação: um gato, um frasco contendo um veneno mortífero, um suporte ao qual o frasco está preso e que pode deixá-lo cair sob um sinal, e um núcleo radioativo. Tudo isso dentro de uma caixa fechada. Como veremos com mais detalhes no capítulo sete, a radioatividade ocorre em certos núcleos atômicos instáveis, que para livrarem-se do excesso de energia deixam escapar partículas (fótons, elétrons, etc.). A este processo dá-se o nome de *decaimento nuclear*. O decaimento nuclear é regido pelas leis da mecânica quântica, e portanto é um fenômeno probabilístico. Um núcleo radioativo como o da caixa no experimento de Schrödinger tem uma probabilidade de decair a qualquer momento, mas não podemos dizer exatamente quando. Na situação experimental imaginada por Schrödinger, o núcleo está acoplado (de uma forma cujos detalhes não interessam) ao aparato que sustenta o frasco com veneno. Se o núcleo decair, o mecanismo que sustenta o frasco com veneno se abre, deixando o frasco cair e quebrar. O veneno escapa e o gato “estica as canelas”. Se o núcleo não decair, obviamente nada disso

acontece e o bichano continua vivo. Portanto, o gato serve como uma espécie de aparelho para detectarmos se o núcleo decaiu ou não. De acordo com a mecânica quântica, até que uma medida seja feita (por exemplo alguém abra a caixa e verifique se o gato morreu) a função de onda do núcleo representará uma mistura de estados, ou seja, uma combinação do estado em que o núcleo decaiu e do estado em que ele não decaiu. E o gato, como ele fica nessa situação? Ele estará vivo com a mesma probabilidade do núcleo não ter decaído, e estará morto com a probabilidade do núcleo ter decaído. Ou seja, antes de alguém abrir a caixa e olhar pra dentro dela, o gato não estará vivo, mas também não estará morto! Quando alguém abre a caixa, automaticamente a função de onda do núcleo “colapsa” para um dos dois estados (decaído ou não-decaído), e a “função de onda do gato” também ($\psi_{gato-morto}$ ou $\psi_{gato-vivo}$). A situação se torna mais dramática se imaginarmos uma pessoa no lugar do gato. Quando a caixa estiver fechada qual será a sensação do pobre diabo nesse estado morto-vivo?!

O leitor não precisa ficar apavorado com o que leu acima. É claro que no “nosso mundo” de assaltos, engarrafamentos, filas, INSS, futebol, contas para pagar, etc., estes fenômenos não são observados. De fato, superposições de estados quânticos só ocorrem em sistemas microscópicos isolados, isto é, que não interagem com as vizinhanças. Em sistemas macroscópicos (como é o caso de um gato) a inevitável interação de objetos uns com os outros destrói a superposição, ou *coerência* dos estados quânticos. Em sistemas microscópicos, contudo, ela existe e pode ser observada. Mais recentemente, precisamente como descrito no volume 403, página 269 da conceituadíssima *Nature* de

janeiro de 2000, C.J. Myatt e colaboradores observaram o fenômeno da superposição de estados quânticos e sua decoerência em sistemas mesoscópicos, ou seja, com grande número de partículas. Estes sistemas são maiores do que microscópicos, porém menores do que macroscópicos. Pode ser que algum dia alguém invente uma maneira de produzir estados coerentes em objetos macroscópicos. Neste dia o mundo será realmente enlouquecido!

3.6 Spin

O spin é uma das quantidades mais intrigantes da física. Para entendermos melhor o que é o spin de uma partícula é preciso que voltemos um pouco à física clássica. Mencionamos no capítulo 1 que cargas elétricas quando em movimento interagem com campos magnéticos. A expressão matemática desta interação é a força de Lorentz. Uma situação particularmente interessante surge quando o movimento da carga é circular. Imagine uma carga q movendo-se em uma circunferência de raio R com velocidade v . A corrente elétrica I associada ao movimento da carga é dada pela razão entre q e o período do movimento, que chamaremos τ :

$$I = \frac{q}{\tau} = \frac{\omega q}{2\pi}$$

onde $\omega = 2\pi/\tau$ é a frequência angular da partícula. Uma carga que se move dessa maneira dá origem a uma grandeza vetorial chamada de *momento de dipolo magnético*, representado por \mathbf{m} . O dipolo magnético é simplesmente o produto da corrente I pela área, A , subtendida pelo círculo, ou seja πR^2 . Sua direção é normal ao plano do círculo:

$$\mathbf{m} = I\mathbf{A}\mathbf{n} = I\pi R^2\mathbf{n}$$

onde \mathbf{n} é o vetor unitário normal ao plano do círculo. É conveniente definir o vetor $\mathbf{A} = A\mathbf{n}$, cujo módulo é igual à área do círculo, e cuja direção é \mathbf{n} . Com isso teremos:

$$\mathbf{m} = I\mathbf{A}$$

Um fato importante a ser notado é a proporcionalidade entre o momento magnético e o momento angular⁷. Definimos o momento angular de uma partícula no capítulo 1 como o produto vetorial entre a posição⁸ \mathbf{R} e o momento \mathbf{p} :

$$\mathbf{L} = \mathbf{R} \times \mathbf{p} = m_q\mathbf{R} \times \mathbf{v}$$

onde usamos m_q para a massa da partícula a fim de que esta não seja confundida com o momento magnético. Mencionamos no capítulo um que o momento angular está associado a problemas envolvendo movimento de rotação. Pois este é precisamente o caso que estamos tratando. O módulo de \mathbf{L} no presente exemplo é dado por:

$$L = Rp \operatorname{sen}\alpha = m_q Rv \operatorname{sen}\alpha$$

onde α é o ângulo entre as direções de \mathbf{R} e \mathbf{p} . Mas, como o movimento é circular, \mathbf{p} (e conseqüentemente \mathbf{v}) é sempre tangencial à trajetória, de modo que $\alpha = \pi/2$. Logo:

⁷Lembre que o momento angular é uma grandeza mecânica. O momento magnético, por sua vez, é uma grandeza eletromagnética.

⁸Obviamente neste caso o vetor \mathbf{R} é medido a partir do centro do círculo.

$$L = m_q R v$$

Mas, o módulo da velocidade, v , será igual à razão entre o comprimento da circunferência, $2\pi R$ e o período de rotação, τ : $v = 2\pi R/\tau = \omega R$. Então:

$$L = 2m_q \frac{\pi R^2}{\tau} = m_q \omega R^2$$

Multiplicando numerador e denominador da fração acima pela carga q , e usando a definição de momento magnético, obtemos:

$$L = 2m_q \frac{\pi R^2}{\tau} \times \frac{q}{q} = 2 \frac{m_q}{q} q I \Rightarrow L = \frac{2m_q}{q} m$$

onde $I = q/\tau$. Consequentemente, chamando de g a razão $q/2m_q$, obtemos a relação entre o momento angular e o momento magnético:

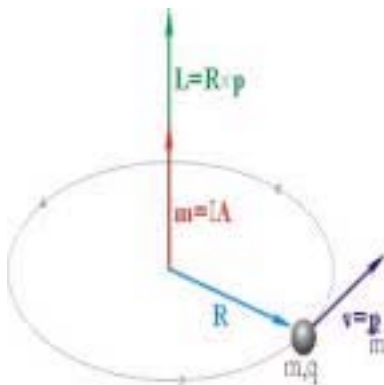
$$m = gL \Rightarrow \mathbf{m} = g\mathbf{L}$$

O motivo para definirmos o dipolo magnético está no fato de que na presença de um campo magnético \mathbf{B} , a energia de interação entre a carga em movimento e \mathbf{B} assume uma forma particularmente simples: ela é dada pelo produto escalar entre \mathbf{m} e \mathbf{B} :

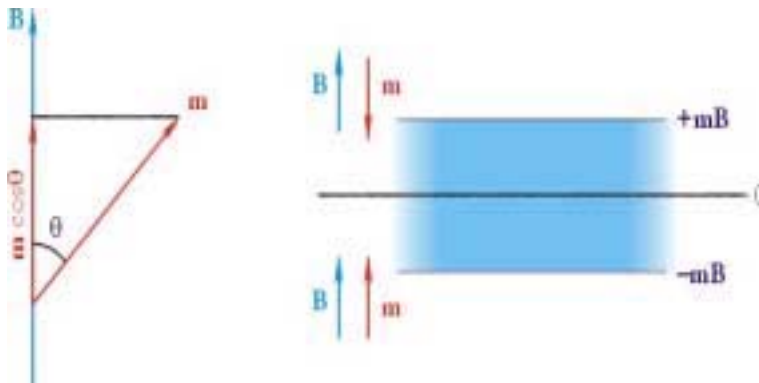
$$E = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} = -mB \cos\theta$$

O sinal negativo na frente da expressão é convencional. Nesta expressão, θ é o ângulo formado por \mathbf{m} e \mathbf{B} . Vemos então que se \mathbf{m} estiver alinhado paralelamente a \mathbf{B} , teremos $\theta = 0$ e a energia será mínima e

igual a $E = -mB$. Se o dipolo estiver alinhado antiparalelamente a \mathbf{B} , o ângulo será $\theta = \pi$, e a energia será máxima $E = +mB$. Como entre os valores extremos 0 e π , θ pode ter variar continuamente, haverá um intervalo de energias possíveis, igual a $2mB$, dentro do qual E pode ter qualquer valor. Por exemplo, se o ângulo for $\theta = \pi/4$, teremos $E = -\sqrt{2}mB/2$; se for $\theta = \pi/2$, $E = 0$, etc.



O momento magnético aparece do movimento de cargas que possuem momento angular.



Submetido a um campo magnético, um momento magnético clássico exibe um espectro contínuo de valores de energia limitado superior e inferiormente.

Em 1922 Stern e Gerlach estavam interessados em medir o momento magnético de átomos neutros. A estrutura do átomo será descrita com detalhes no próximo capítulo, mas podemos adotar a idéia simples de que um átomo possui uma parte central, chamada de núcleo, onde se concentra a carga positiva, e elétrons circundantes que carregam a carga negativa. Em um átomo neutro a carga negativa e a positiva se compensam. Os elétrons girando em torno de um núcleo podem ser considerados circuitos de corrente. Nesta situação haverá momento angular e portanto momento *magnético atômico*. Esta era a grandeza que Stern e Gerlach queriam medir. Para isso eles fizeram passar um feixe de átomos neutros (eles usaram originalmente átomos de prata) por uma região onde existia um campo magnético espacialmente inhomogêneo (ou seja, seu valor diferindo em cada ponto do espaço). De fato, na configuração de seu experimento, Stern e Gerlach utilizaram um campo com variação espacial ao longo de apenas uma única direção, que podemos adotar como sendo a direção z . Representemos então o valor do campo em um ponto ao longo dessa direção por $B(z)$. De acordo com o que foi dito acima sobre a energia de interação de um momento magnético com um campo magnético, vemos que nesse caso a energia será também função da posição: $E(z) = -mB(z)\cos\theta$. Quando isso ocorre, surge uma força magnética sobre o dipolo.

Além de depender da posição do átomo no campo magnético, a força magnética sobre o momento será também proporcional ao cosseno do ângulo θ entre ele o campo. Então, ângulos diferentes darão origem a forças diferentes, que por sua vez causarão deflexões diferentes nos átomos atravessando a região do campo. Stern e Gerlach concluíram,

que sendo possível qualquer valor de θ entre 0 e π , a força magnética deveria ocasionar uma *distribuição contínua* de átomos após eles passarem pela região do campo. Em uma distribuição contínua os átomos deveriam ser encontrados com igual probabilidade em qualquer posição após atravessarem o campo. Contudo, eles encontraram um resultado surpreendente: os átomos, que no experimento eram coletados em uma espécie de anteparo, só alcançavam duas posições possíveis; era como se o ângulo θ só pudesse ter um dos dois valores extremos, 0 ou π , e nenhum outro!

Mais tarde, em 1927, Phipps e Taylor repetiram o experimento de Stern-Gerlach, desta vez usando átomos de hidrogênio ao invés de átomos de prata. A razão para isso é que sob determinadas condições, átomos de hidrogênio podem ser produzidos de modo que seu único elétron não possua momento angular, ou seja, o átomo terá $L = 0$, e conseqüentemente deveria ter momento magnético $m = 0$. Como os átomos também não continham carga elétrica, era esperado que, nesta situação, os átomos passassem pelo campo sem sentir a sua presença. Resultado do experimento: mesmo que o anterior! Os átomos condensavam-se somente em duas posições sobre o anteparo. A única maneira de explicar o resultado foi imaginar que os átomos possuíam uma espécie de *momento magnético intrínseco*, \mathbf{M}_s , que não estivesse ligado ao movimento orbital dos elétrons. Era este momento que estava interagindo com o campo e provocando a deflexão dos átomos. Por analogia, deveria então haver também um *momento angular intrínseco*, o qual foi batizado de *spin*, e representado pelo vetor \mathbf{S} . Da mesma forma que ocorre entre o momento angular orbital e o momento magnético,

\mathbf{M}_s e \mathbf{S} são proporcionais um ao outro:

$$\mathbf{M}_s = g_s \mathbf{S}$$

onde g_s é um fator de proporcionalidade, análogo ao fator g de proporcionalidade entre \mathbf{L} e \mathbf{m} .

Muitos autores fazem a analogia entre o spin e o movimento da partícula em torno de seu próprio eixo (aliás, esta é a razão do nome *spin*, que é a palavra inglesa para “girar”). De fato, uma partícula carregada que gira em torno de seu próprio eixo gera um momento magnético. Acontece que certas partículas sem carga, como o nêutron, também possuem spin! A existência do spin não é prevista pela teoria de Schrödinger da mecânica quântica. Foi P.M. Dirac quem em 1929 mostrou que a origem do spin é *relativística*! Dirac foi quem fundou a *Mecânica Quântica Relativística*.

O spin deve ser visto como uma propriedade intrínseca da partícula, como sua massa e sua carga. Trata-se de uma grandeza que não possui análogo clássico.

O que se mede em um experimento do tipo Stern-Gerlach é a componente do spin ao longo da direção do campo magnético. Esta componente é, em geral, representada por S_z (é convencional considerar z como a direção do campo magnético). A unidade de spin é a mesma que a de \hbar , ou seja, o joule \times segundo, que por sua vez é a unidade de momento angular. S_z pode adquirir valores entre $-S\hbar$ e $+S\hbar$, sendo que a variação de um extremo ao outro se dá em unidades inteiras de \hbar . Em outras palavras, a constante de Planck é o *quantum* de momento angular. Esses valores possíveis são chamados de *autovalores de spin*.

Em geral escrevemos:

$$S_z = m_s \hbar \text{ onde } m_s = -S, -S + 1, -S + 2, \dots, S - 2, S - 1, S$$

Por exemplo, se uma partícula possui $S = 3\hbar/2$, então, $m_s = -3/2, -1/2, +1/2, +3/2$. Se $S = 2\hbar$, $m_s = -2, -1, 0, +1, +2$. É comum, por questão de “economia” de notação, omitirmos o ‘ \hbar ’ ao descrevermos os valores de spin. Assim, ao invés de escrevermos $S = 3\hbar/2$, escrevemos apenas $S = 3/2$, ficando o ‘ \hbar ’ implícito. Daqui por diante, adotaremos esta notação. O ‘ \hbar ’ pode ser restaurado sempre que necessário.

Átomos de hidrogênio, como os utilizados no experimento de Phipps e Taylor, possuem apenas 1 elétron o qual por sua vez possui $S = 1/2$, e portanto com autovalores de spin possíveis $m_s = -1/2, +1/2$. Associadas a esses autovalores, existem autofunções de spin. No caso do elétron, por exemplo, existem duas autofunções, uma associada ao autovalor $-1/2$, e a outra ao autovalor $+1/2$. A energia magnética associada ao spin do elétron, dada pelo produto escalar entre \mathbf{B} e \mathbf{M}_s , será então quantizada em apenas dois níveis (e não distribuída continuamente como no caso clássico):

$$E_{+1/2} = -\frac{1}{2}g_s B; \quad E_{-1/2} = +\frac{1}{2}g_s B$$

o que quer dizer que o spin de um único elétron na presença de um campo magnético só pode apontar paralela ou antiparalelamente ao campo. Para um átomo com vários elétrons, os spins individuais se somarão e o átomo poderá adquirir valores de spin diferentes de $1/2$, como, por exemplo, $S = 3/2$. Neste caso, na presença de um campo magnético, haverá 4 níveis de energia, e quatro direções possíveis para

\mathbf{S} . E assim por diante; para um dado valor S qualquer, haverá $2S + 1$ níveis de energia e um igual número de direções possíveis de \mathbf{S} em relação à direção do campo.

Resumindo, \mathbf{S} é uma espécie de “momento angular interno” de uma partícula, e \mathbf{L} é seu momento angular “externo”. Podemos fazer uma partícula com $\mathbf{L} \neq 0$ passar para um estado em que $\mathbf{L} = 0$. Mas não podemos fazer $\mathbf{S} = 0$, se a partícula tiver um spin não nulo.

Para completar a analogia entre o spin e o momento angular orbital, descobriu-se que os valores possíveis para \mathbf{L} também são quantizados em unidades de \hbar . Denotamos esses valores por l , e por m_l as suas projeções sobre uma direção do espaço, tomada como eixo de quantização (em geral, a mesma de \mathbf{S}). Por exemplo, tomando como z esta direção, teremos $L_z = m_l \hbar$. No entanto, há uma diferença importante: enquanto S pode tanto ser inteiro quanto semi-inteiro, l só pode adquirir valores inteiros: $l = 0, 1, 2, \dots$. Para um dado valor de l , m_l varia de $-l$ até $+l$. Assim, se $l = 2$ podemos ter $m_l = -2, -1, 0, 1, 2$. No próximo capítulo falaremos mais sobre spins e momentos angulares de átomos com muitos elétrons, e como calcular essas quantidades.

3.7 O Princípio de Exclusão de Pauli

Alguns dias depois, ao chegar no “hall” onde Sommerfeld dava suas palestras, notei a presença de um estudante com cabelos negros e de expressão ligeiramente fechada sentado na terceira fila. Sommerfeld tinha nos apresentado um ao outro durante a minha primeira visita e tinha dito que

ele considerava aquele garoto um dos estudantes mais talentosos do grupo, alguém com quem eu poderia aprender muita coisa. Seu nome era Wolfgang Pauli, e para o resto de nossas vidas seríamos grandes amigos, embora muitas vezes ele viesse a se tornar um crítico demasiadamente severo.
(Physics and Beyond. Encounters and Conversations, Werner Heisenberg, Harper 1972)

O princípio de exclusão de Pauli é um dos aspectos mais curiosos da mecânica quântica. Ele se aplica a sistemas onde existe mais de um elétron, ou de uma maneira geral, mais de um *férmion*. A palavra férmion é uma denominação para partículas que possuem spin semi-inteiro: $S = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$. O elétron possui spin $S = 1/2$, e portanto é um férmion. Existem outras partículas que possuem spin inteiro, como por exemplo o fóton, ou o núcleo do átomo de hélio. Essas partículas são chamadas de *bósons*. Esses nomes esquisitos não têm nada de especial; são apenas homenagens a físicos importantes. No caso dos férmions, a homenagem é a Enrico Fermi, um físico italiano. No caso dos bósons é a Satyendranath Bose, um físico indiano, a quem a homenagem é prestada. Bósons e férmions possuem comportamentos quânticos muito distintos, com importantes conseqüências para as propriedades de objetos macroscópicos, como será visto nos capítulos 5 e 6.

O princípio de Pauli aparecerá novamente no próximo capítulo quando estudarmos a estrutura do átomo. Trata-se de uma espécie de versão sofisticada da idéia de que *dois corpos não podem ocupar o mesmo lugar no espaço ao mesmo tempo*. Vimos que a informação sobre o movimento

de uma partícula está contida na função de onda $\psi(x)$. Por outro lado, vimos acima que partículas, além de carga e massa possuem também spin. Uma partícula como o elétron possui spin $S = 1/2$, com autoestados possíveis de spin $+1/2$ e $-1/2$. Vamos representar esses autoestados de spin por autofunções ϕ_+ e ϕ_- . Ou seja, se em uma medida do spin de um elétron encontramos o valor $+1/2$, isso quer dizer que logo após a medida ser realizada a função de onda de spin do elétron era ϕ_+ .

Suponha agora que tenhamos 2 elétrons. Representemos as respectivas funções de onda espaciais por $\psi(x_1)$ e $\psi(x_2)$. Por exemplo, para elétrons livres essas funções poderiam ser escritas como

$$\psi(x_1) = e^{ik_1x_1} \quad \text{e} \quad \psi(x_2) = e^{ik_2x_2}$$

Não há mistério nisso: as funções acima nos dizem simplesmente que o elétron cuja coordenada espacial é representada por x_1 encontra-se em um estado quântico espacial⁹ representado por k_1 , cuja energia é igual a $E = \hbar^2 k_1^2 / 2m$, o análogo para o elétron 2. De uma maneira geral, vamos representar os estados quânticos por subíndices a e b . Por exemplo, $\psi_a(x_1)$ é a função de onda do elétron 1 no estado a . Como temos dois estados e dois elétrons, temos quatro possibilidades:

$\psi_a(x_1)$: elétron 1 no estado a

$\psi_b(x_1)$: elétron 1 no estado b

$\psi_a(x_2)$: elétron 2 no estado a

$\psi_b(x_2)$: elétron 2 no estado b

⁹A palavra ‘espacial’ entra aqui somente para distinguir do estado quântico de ‘spin’.

Com as funções de spin teremos uma situação análoga: $\phi_+(1)$ ou $\phi_-(1)$ para o elétron 1 e $\phi_+(2)$ ou $\phi_-(2)$ para o elétron 2. Então, se por exemplo, o elétron 1 possuir função de onda orbital ψ_a , e função de onda de spin ϕ_+ , isso quer dizer que ele se encontra em um estado quântico caracterizado por a , e possui spin igual a $+1/2$. Agora o enunciado do princípio de exclusão está muito próximo; só temos ainda que relembrar o que são funções simétricas e antissimétricas.

Uma função de duas variáveis é dita simétrica se ela não trocar de sinal sob um intercâmbio das variáveis. Caso contrário ela será antissimétrica. Por exemplo, a função

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

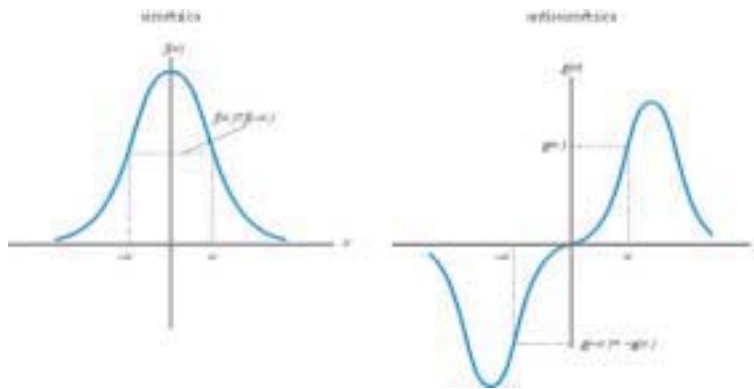
é simétrica, pois se trocarmos x por y e y por x ela continua idêntica ao que era antes. Já a função

$$g(x, y) = x^2 - y^2$$

é antissimétrica. De fato, trocando x e y um pelo outro obtemos:

$$g(y, x) = y^2 - x^2 = -(x^2 - y^2) = -g(x, y)$$

ou seja, a função trocou de sinal. É fácil ver que o produto de uma função simétrica por uma antissimétrica é outra função antissimétrica. Por exemplo, seja $h(x, y)$ o produto de f por g dadas acima:



Funções simétricas permanecem com o mesmo valor sob uma troca de sinal na variável. Funções antissimétricas trocam de sinal sob a mesma operação.

$$h(x, y) = f(x, y)g(x, y)$$

Logo, trocando x por y , e y por x teremos

$$h(y, x) = f(y, x)g(y, x) = f(x, y)[-g(x, y)] = -f(x, y)g(x, y) = -h(x, y)$$

Nos referimos a esta propriedade de troca ou não de sinal de uma função sob a troca de suas variáveis, como sua *paridade*. É importante notar que nem toda função matemática possui paridade definida (ou seja, é simétrica ou antissimétrica). Por exemplo, a função

$$u(x, y) = x^2 - y^2 + 3$$

não é simétrica nem antissimétrica, pois trocando x por y e y por x o resultado não é simplesmente uma troca de sinal da função.

Agora (finalmente!) o princípio de exclusão: *funções de onda totais de elétrons (ou férmions de uma maneira geral) são antissimétricas.* O leitor deve estar pensando: “só isso? Tanto blá, blá, blá, tanta embromação só pra dizer isso?” Pois me aguardem! Quem sobreviver verá!

O enunciado do princípio de exclusão de Pauli se refere a funções de onda totais de um conjunto de férmions. Agora, a função de onda total de um sistema com dois elétrons é dada pelo produto da função de spin pela função espacial. Simbolicamente:

$$\Psi_{total} = \psi \times \phi$$

onde ψ descreve a parte espacial, e ϕ a parte de spin. O princípio de exclusão é uma imposição sobre a função total Ψ_{total} . Ou seja, o produto da parte espacial pela parte de spin tem que ser uma função antissimétrica. Isto significa que se a parte espacial ψ for simétrica, a parte de spin tem que ser antissimétrica, e vice-versa. Para atender a este princípio, temos que, a partir das nossas funções genéricas ψ (espacial) e ϕ (spin), construir novas funções (também genéricas) simétricas e antissimétricas. Para a parte espacial teremos as seguintes combinações possíveis:

$$\psi_S(x_1, x_2) = \psi_a(x_1)\psi_b(x_2) + \psi_a(x_2)\psi_b(x_1)$$

$$\psi_A(x_1, x_2) = \psi_a(x_1)\psi_b(x_2) - \psi_a(x_2)\psi_b(x_1)$$

Note que se na primeira função, ψ_S , trocarmos x_1 por x_2 , ela continua com o mesmo sinal, e portanto é simétrica. Já na segunda, ψ_A , se fizermos o mesmo ela trocará de sinal, e portanto é antissimétrica.

Para a parte de spin procedemos da mesma forma. Só que agora teremos três possibilidades para a função simétrica e apenas uma para a antissimétrica:

$$\phi_S^{(1)} = \phi_+(1)\phi_+(2)$$

$$\phi_S^{(2)} = \phi_-(1)\phi_-(2)$$

$$\phi_S^{(3)} = \phi_+(1)\phi_-(2) + \phi_+(2)\phi_-(1)$$

$$\phi_A = \phi_+(1)\phi_-(2) - \phi_+(2)\phi_-(1)$$

As três primeiras funções são simétricas, e a última antissimétrica. Note que nenhuma das funções simétricas troca de sinal se trocarmos 1 por 2. Como o produto de uma função simétrica por uma antissimétrica é sempre uma função antissimétrica, a função de onda total dos dois férmions deve, de acordo com o princípio de exclusão, ser portanto uma das duas opções abaixo:

$$\Psi_{total} = \psi_A \phi_S$$

ou

$$\Psi_{total} = \psi_S \phi_A$$

Agora um gostinho das esquisitices que vem por aí como consequência do princípio de exclusão: suponha que a parte de spins seja simétrica, e consequentemente a parte espacial antissimétrica. Tente agora fazer as partículas se aproximarem, ou seja, faça $x_1 = x_2$. Teremos com isso:

$$\psi_A(x_1, x_2) = \psi_a(x_1)\psi_b(x_1) - \psi_a(x_1)\psi_b(x_1) = 0$$

ou seja, a função espacial se anula (e conseqüentemente a distribuição de probabilidades correspondente)! Isso quer dizer que se a função de spins for simétrica, os elétrons tendem a ficar afastados um do outro! Não entendeu o que tem de esquisito nisso? Lembre que o spin é uma variável interna da partícula, como a carga e a massa, e que em princípio nada deveria ter a ver com a posição da partícula no espaço. É como se disséssemos que partículas no mesmo estado de spin simplesmente não se aproximam uma da outra! Dizemos que o movimento dos elétrons está *correlacionado* com seus estados de spin. Mudando o spin de um dos elétrons as posições deles mudam também. Isso ocorre mesmo para elétrons livres, ou seja que não interagem! É como se um elétron “soubesse” que o “outro está lá”, mesmo não havendo interação entre eles¹⁰. Note que uma outra maneira de “aproximarmos” os elétrons um do outro é fazermos $a = b$, ou seja, colocá-los no mesmo estado quântico espacial. Como veremos no próximo capítulo, os estados eletrônicos em um átomo, que aqui representamos pelas letras a e b , são indexados por um conjunto de *números quânticos*. Então, uma outra maneira de enunciarmos o princípio de exclusão é dizermos que *dois elétrons não podem ocupar o mesmo estado quântico*, ou ainda dizer que eles não podem ter o mesmo conjunto de números quânticos.

¹⁰Aqui recomendo uma certa calma aos mais afoitos! Não vão começar a achar que de fato um elétron “sabe que o outro ‘está lá’”. Elétrons não sabem de nada. A correlação entre o movimento espacial e o estado de spin é uma propriedade da função de onda do sistema, ou seja, uma propriedade intrínseca da função matemática que os descreve.

3.8 Einstein: “Deus não Joga Dados”

Em 1911 um milionário químico belga, chamado Ernest Solvay resolveu reunir por conta própria em uma conferência os mais importantes físicos da Europa da época. Essas reuniões ficaram conhecidas como *Conferências Solvay* e entraram para a História da Física Moderna como um dos seus capítulos mais fascinantes. Foram nessas conferências onde os dois maiores gigantes da física na época, Niels Bohr e Albert Einstein, se enfrentaram numa espetacular batalha intelectual sobre a mecânica quântica. A respeito daquela “época de ouro” Heisenberg escreveu em 1967:

A Conferência Solvay em Bruxelas no outono de 1927 fechou um período maravilhoso na história da teoria atômica. Planck, Einstein, Lorentz, Bohr, de Broglie, Born, e Schrödinger, e da nova geração Kramers, Pauli e Dirac, reuniam-se aqui e logo centralizavam as discussões nos duelos entre Einstein e Bohr. Nós nos reuníamos no hotel à mesa do café da manhã e Einstein começava a descrever um experimento imaginado onde as contradições da teoria seriam expostas. Seguíamos juntos do hotel para o prédio da conferência e eu ouvia a entusiasmada discussão entre esses dois homens com atitudes filosóficas tão distintas. Em geral Bohr analisava o experimento de Einstein durante o dia, e a discussão recomeçava na mesa de jantar. Ehrenfest, que era amigo de Bohr e Einstein, dizia: “estou envergonhado de você, Einstein. Você está se colocando na mesma posição

dos seus oponentes, quando tentaram refutar a teoria da relatividade”. As discussões se estendiam de uma conferência para a outra. Na conferência de 1930, na mesa do café, Einstein propôs o famoso experimento em que a cor de um quantum de luz deveria ser determinada pesando-se a fonte antes e depois da emissão. Como o problema envolvia gravidade, nós tivemos que usar a teoria da relatividade geral para analisá-lo. Foi um triunfo para Bohr ao final do dia mostrar para Einstein, usando sua própria teoria, que a interpretação de Copenhague estava correta. (Quantum Theory and Measurement, Ed. J.A. Wheeler e W.H. Zurek, Princeton 1983)

A interpretação da mecânica quântica dada por Bohr (em termos de incertezas, colapsos, valores médios, etc.) foi a que prevaleceu. Ela ficou conhecida como *interpretação de Copenhague*, uma homenagem à Cidade Natal de Bohr. Einstein passou a vida sem aceitar essa interpretação. Sua famosa frase “Deus não joga dados com o Universo” era uma alusão feita ao seu desconforto para aceitar que os fenômenos da Natureza, em um nível fundamental, são governados por leis probabilísticas. Sua arma mais poderosa consistia em tentar produzir experimentos imaginados que levassem a paradoxos na teoria, e portanto revelassem sua inconsistência. O mais famoso desses experimentos pensados foi publicado em um artigo de 1935, com Boris Podolsky e Nathan Rosen. O título do artigo: *Can Quantum-Mechanical Description of Reality be Considered Complete?* (Pode-se Considerar Completa a Descrição Quântica da Realidade?). Este artigo entrou para a História da

Física como *o paradoxo de EPR* ('E' para Einstein, 'P' para Podolsky e 'R' para Rosen). Abaixo reproduzimos o resumo do artigo, traduzido e adaptado para este texto:

Em uma teoria completa existe um elemento correspondendo a cada elemento de realidade. Uma condição suficiente para a realidade de uma quantidade física, é a possibilidade de predizê-la com certeza, sem alterarmos o sistema. Na mecânica quântica, no caso de quantidades físicas que estão relacionadas pelo princípio de incerteza, o conhecimento de uma delas impede o conhecimento da outra. Então, ou (1) a descrição da realidade dada pela função de onda na mecânica quântica não é completa, ou (2) essas duas quantidades não “possuem realidade” simultaneamente. Considerando o problema de uma predição sobre um sistema que previamente interagiu com outro, obtemos o resultado de que se (1) é falso, então (2) também é falso. Somos então levados a concluir que a descrição da realidade como dada pela função de onda não é completa.

No artigo de EPR os autores analisam uma situação em que duas partículas que em um dado momento estão próximas uma da outra, se afastam. De acordo com a mecânica quântica, haverá uma função de onda que descreverá o comportamento das partículas como um todo, não importando a distância entre elas. Para EPR era concebível que estando as partículas próximas e interagindo uma com a outra (por exemplo, via interação eletrostática), a alteração de qualquer grandeza

em uma delas (por exemplo seu momento ou posição) poderia alterar o estado da outra. Mas o que dizer quando as partículas estivessem longe uma da outra, sem qualquer possibilidade de interação entre elas? De acordo com a teoria elas continuariam correlacionadas, ou seja, a medida de uma variável em uma delas, alteraria o estado da outra! De alguma forma a informação da medida em uma das partículas seria passada *instantaneamente* para a outra! Acontece que a teoria da relatividade, como vimos, estabelece um limite superior para as velocidades possíveis de serem alcançadas na Natureza, que é a velocidade da luz. Conseqüentemente a propagação instantânea de informação em tal experimento viola este princípio.

A tese defendida no artigo EPR é que a mecânica quântica é uma teoria incompleta. Isto quer dizer que para aqueles ilustres autores deveriam existir variáveis que determinariam o estado das partículas de um sistema físico com certeza, mas essas variáveis (que ficaram conhecidas como *variáveis ocultas*) não estariam incluídas no formalismo da mecânica quântica. A situação seria análoga ao problema do dado, onde não podemos afirmar com certeza o resultado de uma jogada, simplesmente porque não temos o conhecimento de todas as variáveis envolvidas no problema, e *não* porque o problema é *intrinsecamente probabilístico*. Vejamos alguns desdobramentos do artigo EPR.

3.9 Correlações Estranhas: Afinal, Deus Joga Dados?

O artigo de EPR foi publicado em 1935. Para Einstein a medida de uma propriedade física realizada em um equipamento de laboratório não poderia influenciar a medida em outro equipamento. Se, por exemplo, um equipamento A se encontra longe o suficiente de outro equipamento B , de tal forma que as medidas feitas em A e B ocorram em um intervalo de tempo pequeno o suficiente para que um feixe luminoso não cubra a distância entre eles, não poderá haver, de acordo com o pensamento de Einstein, nenhuma influência de um resultado sobre o outro. Nessas condições não há como o resultado de A ser transmitido para B a tempo de influenciá-lo antes que a medida em B tenha terminado. Em física chamamos de *teorias realísticas locais* aquelas teorias que levam em consideração este princípio. A mecânica quântica é portanto uma *teoria não local* pois permite que haja influência instantânea à distância. Em 1964 vinte e nove anos depois da publicação do artigo de EPR, e nove após a morte de Einstein, John S. Bell publicou um trabalho a respeito deste problema considerado por alguns físicos como sendo um dos mais importantes resultados já obtidos na História da Física.

Bell estava preocupado em estabelecer um critério que pudesse decidir sobre a validade da interpretação de Copenhague da mecânica quântica. Mais especificamente, ele queria encontrar sob que condições a mecânica quântica poderia ser modificada para se tornar uma teoria realística local, mas, ao mesmo tempo, preservando o enorme sucesso de sua estrutura matemática. Para isso ele considerou a situação proposta

por EPR aplicada ao caso de dois spins. Vamos apresentar aqui uma versão simplificada devida a David Bohm.

Suponha que, por meio de algum método (que não vem ao caso), partículas sejam criadas com spins opostos, e viajem em direções opostas. O valor do spin de qualquer uma das partículas é medido ao longo de uma dentre três direções possíveis, as quais vamos denominar pelos vetores unitários \mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 e \mathbf{n}_3 . Dois magnetos separados por uma certa distância podem ter seus campos magnéticos orientados ao longo de uma dessas três direções. Vamos chamar de ‘+’ e ‘-’ os resultados possíveis para a medida do spin em cada partícula. Suponha que no magneto A uma medida seja feita ao longo da direção \mathbf{n}_1 , e que no B a medida seja ao longo de \mathbf{n}_2 . Representemos a probabilidade de encontrarmos o resultado ‘+’ em ambos os aparelhos por $P(\mathbf{n}_1+; \mathbf{n}_2+)$. Bell encontrou que para uma *teoria realística local* a seguinte desigualdade deveria ser obedecida:

$$P(\mathbf{n}_1+; \mathbf{n}_2+) \leq P(\mathbf{n}_2+; \mathbf{n}_3+) + P(\mathbf{n}_1+; \mathbf{n}_3+)$$

Ou seja, a probabilidade de encontrarmos o resultado ++ ao longo de \mathbf{n}_1 e \mathbf{n}_2 é menor ou igual à soma das probabilidades de encontrarmos o mesmo resultado ao longo das outras direções. Esta é uma versão simplificada da famosa *desigualdade de Bell*. Repetindo, ela é deduzida sob os critérios impostos por uma teoria local. Bell mostrou que *se a mecânica quântica fosse uma teoria local*, a desigualdade acima assumiria a seguinte forma:

$$\text{sen}^2\left(\frac{\theta_{12}}{2}\right) \leq \text{sen}^2\left(\frac{\theta_{23}}{2}\right) + \text{sen}^2\left(\frac{\theta_{13}}{2}\right)$$

onde θ_{12} é o ângulo entre as direções \mathbf{n}_1 e \mathbf{n}_2 , θ_{13} entre \mathbf{n}_1 e \mathbf{n}_3 , e θ_{23} entre \mathbf{n}_2 e \mathbf{n}_3 . Mas como as orientações dos campos magnéticos nos dois aparelhos que medem os spins podem ser escolhidas arbitrariamente, se fizermos a escolha

$$\theta_{13} = \theta_{23} = \frac{1}{2}\theta_{12}$$

usando a identidade $\text{sen}^2(x) = 4\text{sen}^2(x/2)\text{cos}^2(x/2)$, chegamos ao resultado

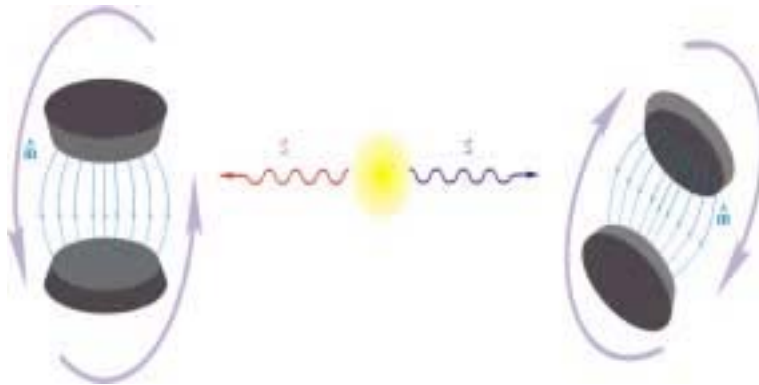
$$\text{cos}^2\left(\frac{\theta_{13}}{2}\right) \leq \frac{1}{2}$$

que claramente é violado para valores dentro do intervalo¹¹:

$$0 < \frac{1}{2}\theta_{13} < \frac{\pi}{4}$$

Em outras palavras, de acordo com Bell, *a mecânica quântica viola os princípios impostos por uma teoria realística local.*

¹¹Por exemplo, se escolhermos $\theta_{13} = \pi$, obtemos da desigualdade o resultado $0,5 < 0,25$, o que é obviamente falso.



Determinados estados quânticos exibem correlações não-locais. Estes estados são chamados de *emaranhados* ou *estados de Bell* ou ainda *estados EPR*. Em tais estados, a medida de uma propriedade física em um dos componentes, afeta o comportamento de outros componentes.

A conclusão deste trabalho é a de que a nossa escolha sobre o tipo de medida a fazer sobre uma das partículas *afeta*, de acordo com a mecânica quântica, o comportamento da outra partícula em uma posição remota! Por exemplo, se posicionarmos o aparelho de modo que obtenhamos o resultado ‘+’ para o spin da primeira partícula, o outro aparelho encontrará ‘-’ para o valor do spin ao longo da mesma direção. Mas se girássemos os campos magnéticos dos dois aparelhos e medíssemos ‘-’ no primeiro, o resultado da outra passaria a ser ‘+’! E mais, se posicionássemos os campos magnéticos perpendicularmente

um ao outro, digamos, um ao longo de z e o outro ao longo de y , o resultado ‘+’ em um deles levaria a uma *indeterminação* no resultado do outro, pois, de modo análogo ao que ocorre com a posição e o momento de uma partícula, o princípio de incerteza proíbe que duas componentes perpendiculares do spin sejam conhecidas com certeza! Como o spin medido em um dos aparelhos pode “saber” a orientação do outro aparelho colocado em uma posição remota? Bell conclui que a informação sobre o resultado de uma das medidas deve ser transmitida *instantaneamente*, e portanto contrariando um dos princípios da relatividade. A mais contundente prova de violação da desigualdade de Bell foi realizada em um experimento em 1982 por um grupo de cientistas franceses.

Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: a new Violation of Bell's Inequalities, ou “Realização Experimental do Experimento Pensado de Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm: nova Violação das Desigualdades de Bell”. Autores: Alain Aspect, Phillipe Grangier e Gérard Roger. Neste trabalho as partículas utilizadas pelos autores são fótons com comprimentos de onda $\lambda_1 = 551,3$ e $\lambda_2 = 442,7$ nanômetros (1 nanometro = 1 nm = 10^{-9} metros) emitidos por uma fonte de cálcio 40. A desigualdade de Bell é expressa em uma forma mais geral, em termos de uma quantidade S , que seria o equivalente ao ângulo θ_{13} na expressão simplificada acima. Sob a forma, a desigualdade de Bell é escrita como:

$$-2 \leq S \leq 2$$

Lembremos mais uma vez que esta relação é a previsão feita obede-

cendo às imposições de uma teoria realística local. A previsão feita pela mecânica quântica para o valor da quantidade S , no arranjo específico do experimento de Aspect e seus colaboradores era de:

$$S_{MQ} = 2,70$$

que portanto viola a desigualdade imposta pela teoria local. O valor experimental medido foi espantosamente próximo da previsão da mecânica quântica:

$$S_{exp} = 2,697 \pm 0,015$$

Então, o experimento de Aspect e seus colaboradores mostrou sem sombra de dúvidas que as previsões da mecânica quântica estão corretas, e portanto a interpretação de Copenhague!

3.10 Existe um Mundo lá Fora?

Do que foi dito acima o leitor saberá avaliar o que Bohr quiz dizer com a frase: *quem não se espantar com a mecânica quântica é porque não a compreendeu*. Alguns cientistas preferem tratar a mecânica quântica como uma mera “máquina de calcular”. Usam-na para obter resultados práticos, fazer previsões, etc., sem se envolver com as discussões acerca do seu significado filosófico. Aliás, diga-se de passagem, assim como a teoria da relatividade, não fosse sua espetacular capacidade de prever novos fenômenos e explicar resultados experimentais, a mecânica quântica não teria sobrevivido ao tempo. Em física quem dita as regras do jogo são os resultados experimentais. De pouco ou nada adianta fazer previsões ou inventar teorias impossíveis de serem refutadas, que a

tendência para essas é cair no esquecimento e desaparecer. É sempre a Natureza quem decide o que fica e o que cai no esquecimento!

Einstein não era um homem do tipo “prático”, e acreditava que a mecânica quântica era uma teoria incompleta. Para ele existia uma objetividade no mundo, ou seja, os fenômenos da Natureza existindo independentemente das pessoas (que, diga-se de passagem, são também fenômenos da Natureza!). Para ele existia “um mundo lá fora”. Em suas notas autobiográficas, aos 70 anos de idade, escreveu a respeito de convicções que cultivava quando ainda jovem:

Além de mim, fora de mim, estava o mundo imenso, que existe independente dos seres humanos e que se nos apresenta como um enorme e eterno enigma, em parte acessível à nossa observação e ao nosso pensamento. A conquista mental desse mundo extra-individual dentro dos limites da capacidade humana se me apresentava meio consciente e meio inconscientemente como o objetivo supremo.(**Notas Autobiográficas**, Ed. Nova Fronteira, 1982)

Para a mecânica quântica parece não ser bem assim. O resultado de uma medida física em um sistema microscópico só se concretiza quando alguém faz a leitura no aparelho de medição. É como na situação dramatizada no experimento do gato de Schrödinger: o gato só morre ou continua vivo quando alguém abre a caixa e olha para dentro dela. Essa aparente necessidade da presença de *alguém* é talvez o aspecto mais intrigante da teoria. A respeito disso, Eugene Wigner, Prêmio Nobel de Física de 1963, defende a idéia de que de algum modo o

conceito de consciência deveria ser incorporado à física. Dentro desta visão nós não seríamos meros espectadores dos fenômenos naturais, mas participantes ativos em sua realização. Em outras palavras, não haveria “um mundo lá fora”. Pauli teria certa vez expressado este sentimento com uma pergunta um tanto poética: *a Lua existe quando ninguém está olhando para ela?* Estas questões obviamente não afetam o nosso dia-a-dia, e muitos físicos consideram que tal problema não merece tanta atenção. Muitos outros, contudo, arriscam-se a propor interpretações alternativas da mecânica quântica, algumas até bem bizarras! É interessante notar que, nesse campo, a habilidade técnica de cada um para resolver problemas matemáticos ou experimentais parece pouco importar; trata-se tão somente de “opiniões”, mais ou menos bem fundamentadas¹². Alguns desses depoimentos foram compilados em um pequeno livro chamado **The Ghost in the Atom**, (Ed. P.C.W. Davies & J.R. Brown, Cambridge 1986). Além das duas abordagens já mencionadas (a puramente utilitária, que vê a mecânica quântica como uma “máquina de calcular”, e a idéia de que é a presença de um observador que faz a função de onda colapsar), existe ainda a interpretação dos “universos múltiplos”, sugerida por Hugh Everett, como uma das mais originais e estranhas. De acordo com Everett a interpretação de Copenhague está correta quando afirma que *antes* de uma medida ser realizada um sistema quântico se encontra em uma mistura de estados, formada por uma superposição de possibilidades para o resultado da

¹²O autor deste livro presenciou em certa ocasião o ilustre físico brasileiro, professor Mário Schemberg, em uma memorável palestra proferida no CBPF, afirmar que só havia conseguido compreender a mecânica quântica após ter estudado as artes e filosofias orientais.

medida. Quando alguém realiza a medida, cada uma das várias possibilidades é concretizada, só que em universos diferentes! Por exemplo, suponha que a medida a ser realizada seja a do spin de um elétron. Temos dois estados possíveis, ϕ_+ e ϕ_- . A função de onda antes da medida será uma superposição desses dois estados:

$$\psi = a_+\phi_+ + a_-\phi_-$$

onde $|a_+|^2$ é a probabilidade de encontrarmos o sistema em ϕ_+ no momento da medida, o análogo para $|a_-|^2$. De acordo com a interpretação de Everett, quando realizarmos a medida, o universo se desdobrará nas duas possibilidades, ou duas cópias idênticas: em um deles o autoestado ϕ_+ é encontrado, e no outro ϕ_- . E a pessoa que mede, o que ocorre com ela? Também é duplicada! O universo se desdobra em duas cópias idênticas, com tudo que tem direito, a única diferença sendo o estado de spin. Cada observador, no seu próprio universo, pensa que é único, mas na verdade existem muitas de suas cópias (em certas situações poderia ser até vantajoso se de fato o mundo fosse bizarro a esse ponto. Ontem, dia 12 de julho de 1998 a França goleou o Brasil por 3 x 0 na final da Copa do Mundo, mandando o “sonho do penta” por água abaixo. Resta como consolo a possibilidade de que em algum outro universo tenha ocorrido ao contrário!). Cá pra nós, esta interpretação é de lascar! Às vezes, por razões de sobrevivência, um físico deve ser igual a um político: um autêntico cara-de-pau! Mas, talvez algumas dessas propostas sejam “atos de desespero”, do mesmo modo que o foi a hipótese de Planck em 1900 sobre a quantização da radiação eletromagnética.

Vejam, para terminar a seção, algumas opiniões de importantes físicos sobre o assunto:

Você acredita que a mente tem um papel fundamental na física?

John Bell (CERN) - Nem acredito, nem desacredito. Acho que a mente é um fenômeno muito importante no universo, pelo menos para nós. Se é necessário introduzi-la na física neste ponto eu não sei. Os fatos experimentais que em geral são apresentados como argumento para essa possibilidade não nos convencem de que tenha que ser assim. É uma hipótese que certamente devemos explorar, mas não é a única.

Sobre a interpretação de Everett dos múltiplos universos:

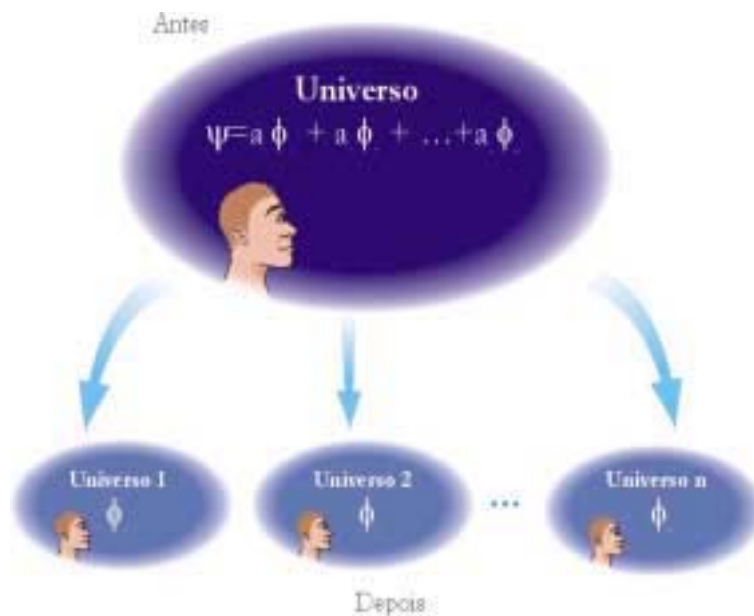
John Wheeler (Universidade do Texas) - A idéia da interpretação de Everett é considerar a função de onda para todo o universo, e não somente para partículas microscópicas. Pelo fato de que tal função de onda inclui o próprio observador, não existirá mais o chamado “ato da medida” que colapsa a função de onda na visão de Bohr. Nessa interpretação, se um elétron possui igual chance de ir para a direita ou para a esquerda, o universo se divide; em um deles o observador vê o elétron indo para a direita, o outro para a esquerda.

Você acredita que se nós não olharmos para uma mesa, talvez porque estejamos em um outro cômodo, a mesa ainda estará realmente lá?

Sir Rudolf Peierls (Universidade de Oxford) - Claro. Porque existem várias maneiras pelas quais a mesa se faz sentir. No dia-a-dia da física clássica, a observação não interfere com o objeto observado, e esses problemas não existem. Mas em mecânica quântica é diferente porque a observação interfere com o observado.

Na interpretação dos universos múltiplos, onde estão os outros universos?

David Deutsch (Universidade de Oxford) - De certo modo nós compartilhamos o mesmo espaço e tempo com eles. Mas, ao mesmo tempo eles estão em “algum outro lugar”, porque a teoria que prediz a existência desses universos, também diz que só podemos detectá-los de modo indireto. Nunca poderemos ir lá e nos comunicarmos com eles de uma maneira ampla.



Na interpretação dos múltiplos universos, cada observação realizada divide o universo em tantas cópias quantas forem as possibilidades para o resultado da observação.

3.11 Teletransporte

E agora as últimas notícias sobre as mais recentes esquisitices quânticas (às 12h22min do dia 23 de abril de 1998 diretamente da minha sala no CBPF): *teletransporte quântico*. Einstein parece que acertava mesmo quando errava! Seu artigo de 1935 levou a uma discussão intensa sobre os fundamentos da mecânica quântica. Em 1968 Bell estabeleceu um critério de localidade violado pela teoria, e em 1982 Alain Aspect, com seus colaboradores, demonstrou de maneira irrefutável que o mundo quântico é dramaticamente diferente da nossa realidade do dia-a-dia. É o avanço demolidor dessa deusa chamada Física! Mas não pense que essa turma se satisfaz só com isso não! Eles querem mais! Em 1993, 38 anos após a morte de Einstein, Charles H. Bennet da *IBM Research Division* e colaboradores, sugeriram que seria possível transmitir o estado quântico de uma partícula para uma outra localizada remotamente em relação à primeira. Caro leitor, se você já teve saco e coragem para vir até aqui, pare um minuto e pense: se eu consigo transmitir o exato estado de uma partícula que se encontra na posição A para outra que se encontra na posição B , afastada de A , eu terei de algum modo reconstruído o objeto que se encontrava em A , na posição B ; a informação quântica sobre o estado do objeto em A é *teletransportada* para o objeto em B . Sabe como? Usando exatamente as idéias que Einstein inventou em 1935 para tentar derrubar a mecânica quântica! O feitiço virou contra o feiticeiro! O experimento foi demonstrado em 1997 por Dik Bouwmeester e colaboradores em um grupo austríaco.

Vamos expor a idéia simplificada. Para isso vamos evocar

nossos velhos colaboradores, Eduardo e Mônica (pode ser que algum leitor ou leitora não esteja satisfeito com esses colaboradores. Pois sintam-se a vontade para escolher outros: Batman e Robin, Zorro e Tonto, Bacamarte e Chumbinho, Pink e Cérebro, etc. Dá certo do mesmo jeito). Suponha que Mônica consiga, por algum método, produzir uma partícula em um estado quântico ψ_1 , e que ela queira passar a informação contida em ψ_1 para Eduardo, que se encontra em uma localização remota. Para que isto seja feito, ambos devem compartilhar duas outras partículas que tenham sido produzidas em uma espécie de *fonte de EPR*. Como vimos acima, partículas produzidas dessa forma tornam-se correlacionadas de tal modo que a medida de alguma quantidade física em uma delas altera o estado da outra. Dizemos que elas se encontram em um estado quântico *entrelaçado*. Recordando: ao todo temos 3 partículas: 1 no estado ψ_1 com Mônica, e duas em um estado entrelaçado, cada uma dessas com um dos nossos experimentadores. Vamos chamar de a a partícula no estado ψ_1 que se encontra com Mônica, e b e c o par EPR entrelaçado, b também com Mônica, e c com Eduardo. Sabemos que se uma medida for feita em b , c “sentirá” o resultado. O teletransporte consiste em Mônica passar o estado ψ_1 de a para c . Para isso ela realiza uma medida de tal modo que a e b se tornem entrelaçadas também. Mas, como sabemos que o estado inicial de a era ψ_1 , e que c “sentirá” qualquer coisa que ocorra com b , é possível mostrar que o entrelaçamento entre a e b pode ser realizado de modo a c colapsar no estado ψ_1 . Está realizado o teletransporte! Ao tornar a entrelaçada com b , a informação original contida em ψ_1 se perde para Mônica, e aparece para Eduardo. O experimento de Bouwmeester

demonstrou o fenômeno para fótons, mas em princípio seria possível realizar tais experimentos com objetos maiores que partículas, como por exemplo moléculas, ou objetos macroscópicos. Nada nos impede de sonhar!

Pois é, caro leitor. Esta é a nossa situação. Em uma centena e meia de páginas saímos de um mundo clássico, seguro, determinista, quentinho, aconchegante, com estruturas absolutas, para um mundo de incertezas, com o espaço encolhendo, os relógios enlouquecidos, e uma série de fenômenos que se correlacionam de um modo estranho. É o mundo em que eu, você, a minha avó, e o Manoel da padaria vivemos; é a Natureza. Parece que Deus, de fato, é mesmo chegado a uma jogatina! Nos próximos capítulos vamos explorar algumas conseqüências destas idéias para a vida do pedestre do século XX.

Onde saber mais: deu na Ciência Hoje.

1. *Caos na Mecânica Quântica?*, Alfredo M. Ozorio de Almeida, vol. 14, no. 80, p. 48.
2. *A Estranha Natureza da Realidade Quântica*, Harvey Brown, vol. 2, no. 7, p. 24.
3. *A Mecânica Quântica e a Comunicação Secreta*, Luiz Carlos B. Ryff, vol. 14, no. 79, p. 15.
4. *Mecânica Quântica, um Desafio à Intuição*, Vincent Buonomano e Ruy H.A. Farias, vol. 14, no. 83, p. 17.
5. *Tormenta no Vazio. O Vácuo Quântico e o Efeito Casimir*, Marcus Venicius Congo-Pinto, Carlos Farina e Alexandre Tost vol. 25, no. 146, p. 26.
6. *O Gato de Schrödinger. Do Mundo Quântico ao Mundo Clássico*, Luiz Davidovich, vol. 24, no. 143, p. 26.
7. *Teletransporte: uma Solução em Busca de um Problema*, Luiz Davidovich, vol. 23, no. 137, p. 8.

Resumo - Capítulo Três

A Mecânica Quântica surgiu com o trabalho de Max Planck no ano de 1900 para explicar o espectro de emissão de radiação de um corpo negro. Para isso Planck postulou que a energia eletromagnética era emitida em “pacotes”, ou quanta, e não continuamente como na eletrodinâmica clássica. Planck considerou essa hipótese um “ato de desespero”. Einstein utilizou o postulado de Planck para explicar o efeito fotoelétrico, e só a partir daí a idéia dos quanta ganhou popularidade entre os cientistas. Louis de Broglie teve um papel fundamental ao postular que partículas materiais também possuem um aspecto ondulatório. Partículas como elétrons, prótons, etc., sofrem difração e interferência, tal como ondas em geral. Deve-se entender que o caráter de partícula ou onda é revelado pelo tipo de experimento. Estes são aspectos do mundo microscópico considerados complementares, e não opostos. Além de Niels Bohr, Erwin Schrödinger e Werner Heisenberg são outros dois nomes centrais da mecânica quântica. A função que descreve o comportamento de uma partícula microscópica é a chamada função de onda, e representada por $\psi(\mathbf{r}, t)$. Esta é uma função complexa, e seu módulo quadrado nos dá uma distribuição de probabilidades. Microscopicamente não podemos saber com certeza os valores de quantidades que caracterizam o movimento de partículas, tais como o seu momento e a sua posição; podemos conhecer apenas os valores médios destas quantidades. Partículas microscópicas possuem um momento angular intrínseco, batizado de spin. O princípio de exclusão de Pauli diz que a função de onda total de um sistema de partículas com spin semi-inteiro (férmions) é antissimétrica. Os conceitos introduzidos pela mecânica quântica destruíram a idéia de determinismo da mecânica clássica, e geraram um grande debate que persiste até os dias de hoje. A interpretação dada à mecânica quântica, principalmente devida a Niels Bohr, é chamada de interpretação de Copenhague. Einstein foi o principal opositor desta interpretação, porque se recusava a acreditar em um aspecto probabilístico intrínseco da Natureza. Vários debates entre Einstein e Bohr foram travados durante as conferências Solvay, em Bruxelas. Apenas muito recentemente, experimentos altamente sofisticados comprovaram importantes previsões da mecânica quântica, feitas a partir da interpretação de Copenhague.